This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

QB
335
N5

UC-NRLF
$B 35 763

YC 22114

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
GIFT OF
Basel Univ.
Class

Relative Bestimmungen der Schwerkraft im Nikolaitale.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät der Universität Basel

vorgelegt von

Theodor Niethammer.

BASEL
Buchdruckerei zum Basler Berichthaus
1904.

QB335
1:5

Die relative Bestimmung der Schwerkraft beruht darauf, dass man die Schwingungsdauer des gleichen Pendels an zwei verschiedenen Orten misst und mit Hilfe der bekannten Pendelgesetze die Differenzen der Schwingungszeiten in Differenzen der Schwerkräfte umrechnet. Von Herrn Oberst R. von Sterneck, dem Leiter der geodätischen Gruppe des militär-geographischen Institutes in Wien, ist für diese Messungen ein leicht transportabler Apparat konstruiert worden, der im Wesentlichen aus einem Stativ, in welchem ein Halbsekundenpendel schwingt, und einem sogen. Koinzidenzapparat, welcher zur Bestimmung der Schwingungsdauer dient, besteht. Mit einem solchen Pendelapparat sind während des Sommers 1902 im Auftrag der Schweiz. Geodätischen Kommission im Nikolaitale und in der Umgegend von Zermatt Pendelmessungen ausgeführt worden. Ihre Ergebnisse bilden den Inhalt der vorliegenden Arbeit.

159824

SITY

I. Beobachtungs- und Reduktionsmethode.

a) Die Instrumente.*)

Der Sterneck'sche Pendelapparat besteht aus 3 wesentlichen Teilen:

1. den invariabeln Pendeln
2. dem Pendelstativ
3. dem Koinzidenzapparat.

Die vier, der Schweiz. Geodätischen Kommission gehörenden Pendel tragen die Nummern 30, 31, 32, 64; die Schneide der drei ersten besteht aus Achat, die des letzten aus Stahl. Das Gewicht eines Pendels beträgt rund 1,1 kg. Pendellinse und Schneidenfassung sollen unabänderlich fest mit der Pendelstange verbunden sein. Die Schneiden sind in die Fassung eingepasst und werden darin durch eine aufgeschraubte Platte festgehalten. Alle Teile sind (mit Ausnahme der Schneiden) zum Schutz gegen Veränderung der Oberfläche stark vergoldet. Die Schwingungsdauer der Pendel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ beträgt rund 0,508 s.

Das Stativ besteht aus zwei übereinander liegenden Ringen, die durch 3 Füsse mit einander verbunden sind. Der untere, grössere Ring ist mit 3 starken Stellschrauben versehen, die zum Nivellieren des Stativs dienen. Der obere, kleinere Ring trägt eine ebene Achatplatte, auf die ein Pendel zum Schwingen gehängt werden kann. Zum Zweck der Bestimmung des Mitschwingens ist um den obern Ring nachträglich (im Frühjahr 1902) ein zweiter Ring geklemmt worden, der an einer Seite einen gabelförmigen, horizontalen Ansatz

*) Vergleiche Beschreibung und Abbildung im 7. Band des Schweiz. Dreiecknetzes.

trägt; auf diesem lässt sich ein zweites Pendel so aufhängen, dass seine Schwingungsebene mit derjenigen des Pendels im Innern des Stativs zusammenfällt.

Am Stativ sind die Vorrichtungen angebracht, die nötig sind, das Pendel auf die feinen Schneiden niederzulassen, die Amplitude zu regulieren und die Schwingungen des Pendels auszulösen. Zum Schutz gegen Temperaturänderungen, Luftzug, Staub u. dergl. wird das Stativ mit einem Glaskasten überdeckt und dieser mit einigen Kartondeckeln umhüllt.

Mit Hilfe des Koinzidenzapparates werden auf optisch-mechanischem Weg Koinzidenzen zwischen der Beobachtungsuhr und dem schwingenden Pendel beobachtet. Ein Elektromagnet, der alle Sekunden von einem durch die Uhr unterbrochenen Strome betätigt wird, setzt einen horizontalliegenden Hebel in Bewegung, der an seinem Ende einen vertikalen Schild trägt. Durch einen horizontalen Schlitz dieses Schildes wird ein Lichtstrahl auf den am Kopf der Pendelstange befindlichen Spiegel geschickt. Da vor dem beweglichen Schild ein zweiter, fester Schild angebracht ist, der ebenfalls mit einer schmalen, horizontalen Öffnung versehen ist, fällt der Lichtstrahl nicht kontinuierlich auf den Pendelspiegel, sondern nur während des kurzen Momentes, in welchem eine durch die beiden Öffnungen gezogene Gerade zugleich Lichtquelle und Pendelspiegel trifft. Der Koinzidenzapparat wird so aufgestellt, dass in seinem Fernrohr das Spiegelbild dieses Lichtblitzes beobachtet werden kann.

Wenn die Schwingungsdauer des Pendels übereinstimmte mit derjenigen der Unruhe der Uhr, so würde der Pendelspiegel vom Lichtblitz jedesmal in der gleichen Stellung getroffen werden. Da die beiden Schwingungen nicht isochron sind, so hat bei jedem nächstfolgenden Blitz der Pendelspiegel eine etwas veränderte Stellung inne und wird erst nach Ablauf einer gewissen Zeit in einer frühern Stellung wieder getroffen. Als Ausgangsstellung des Pendelspiegels sei die bezeichnet, wo der Lichtblitz so reflektiert wird, dass er auf den Horizontalfaden des Koinzidenzfernrohres fällt. Das Zeitintervall, das verstreicht, bis der Pendelspiegel wieder in der Ausgangsstellung vom Lichtblitz getroffen wird, ist offenbar gleichbedeutend mit der Koinzidenzdauer zwischen den Schwingungen des Pendels und der Uhr. Beträgt dieses Zeitintervall c Sekunden der Uhr, so hat das Pendel währenddessen $(2c - 1)$ Schwingungen ausgeführt; zwischen der Koinzidenzdauer c und der Schwingungszeit s besteht also die Beziehung:

$$(2c - 1)\ s = c^{scc}$$

$$s = \frac{c^{scc}}{2c - 1}$$

c beträgt ca. 30 bis 33^s.

Da der Lichtblitz im Gesichtsfeld des Koinzidenzfernrohres in regelmässigen Abständen fortschreitet, fällt er nur in Ausnahmefällen gerade auf den Horizontalfaden; aus den beiden Blitzen vor und nach dem Faden lässt sich mit grosser Sicherheit der Moment interpolieren, wo er auf den Faden gefallen wäre.

Als Beobachtungsuhr diente das der Schweiz. Geodätischen Kommission gehörende Sternzeitchronometer Nardin No. 34 mit Sekundenregistrierung; zur Kontrolle seines Ganges wurde es mit einer Riefler'schen Sekundenpendeluhr verglichen (vide Näheres im Abschnitt: Zeitbestimmungen und Uhrgänge pag. 25 ff.)

Zur Bestimmung des Uhrstandes diente ein Repsold'sches Universalinstrument.*) Das Fadennetz des Fernrohres besteht aus 14 symmetrisch liegenden Fäden, von denen gewöhnlich 9 bei den Durchgangsbeobachtungen der Zeitsterne benutzt wurden. Die Vergrösserung ist 72 fach. Ein Pars des Axenniveaus hat den Wert $\frac{s}{0{,}075}$.

b) Die Reduktionen; Konstanten der Pendel.

Die Übertragung der Schwerkraft durch die Bestimmung der Schwingungsdauer eines Pendels hat zur ersten Voraussetzung, dass sich die Pendellänge nicht ändere. Sind T_1 und T_2 die Schwingungszeiten des gleichen Pendels an 2 verschiedenen Stationen, die entsprechenden Schwerebeschleunigungen g_1 und g_2, so folgt nur unter dieser Voraussetzung aus der bekannten Pendelformel $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, dass

$$g_1 T_1^{\,2} = g_2 T_2^{\,2} = \pi^2 l = \text{konst.}$$

und somit, wenn g_1 bekannt ist und g_2 gesucht wird:

$$g_2 = g_1 \frac{T_1^{\,2}}{T_2^{\,2}} = g_1 \frac{T_1^{\,2}}{[T_1 + (T_2 - T_1)]^2}$$

Entwickelt man den Bruch in eine Reihe, die nach Potenzen von $\frac{(T_2 - T_1)}{T_1}$ fortschreitet, so erhält man zur Umrechnung der

*) Vergl. Beschreibung des Instrumentes: Schweiz. Dreiecknetz Band VI, pag. 4 ff.

Schwingungszeiten in Differenzen der Schwerkräfte die bequeme Näherungsformel*):

$$g_2 - g_1 = -2g_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

In Wirklichkeit trifft die Voraussetzung der Konstanz der Pendellänge wegen verschiedener Ursachen nicht zu. Sämtliche beobachteten Schwingungszeiten müssen, bevor sie zur Berechnung der Schweredifferenzen benützt werden, auf folgenden Normalzustand der Pendel reduziert werden:

Die reduzierte Schwingungsdauer bezieht sich:

1. auf unendlich kleinen Schwingungsbogen,
2. auf Sternzeitsekunde,
3. auf die Temperatur 0°,
4. auf luftleeren Raum,
5. auf vollkommene Stabilität des Pendelstativs und des Untergrundes.

1. Reduktion auf unendlich kleinen Schwingungsbogen. Der vollständige Ausdruck für die Schwingungsdauer s' eines Pendels mit der Amplitude A lautet:

$$s' = s \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{A}{2} + \ldots \right\}$$

wo $s = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ die Schwingungsdauer für unendlich kleine Amplitude bezeichnet.

Ist $\triangle s$ die Reduktion auf unendlich kleinen Schwingungsbogen, so hat man:

$$s = s' + \triangle s = s' + (s - s')$$

oder

$$\triangle s = (s - s') = -\frac{1}{4} s . \sin^2 \frac{A}{2},$$

wenn man die Glieder von der Ordnung $\sin^4 \frac{A}{2}$ an vernachlässigt.**)

*) Das folgende Glied der Reihenentwicklung lautet:

$$+ 3g_1 \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)^2;$$

es beträgt für $T_2 - T_1 = 2000 \cdot 10^{-7}$ s; $T_1 = 0{,}508$ s; $g_1 = 9{,}808$ m erst $0{,}4 \cdot 10^{-5}$ m; darf also vernachlässigt werden.

**) Der Fehler der Vernachlässigung beträgt weniger als $1 \cdot 10^{-11}$ s für $A = 20'$.

Da die Amplituden der Pendel sehr klein sind (meist unter 20'), kann man den Sinus mit dem Bogen vertauschen:

$$\triangle s = s - s' = -s \cdot \frac{A^2}{16}$$

Mit dem Mittelwert $s = 0{,}5080^s$ der Schwingungszeiten ist die nachstehende Tabelle berechnet worden, aus der die Reduktion auf unendlich kleinen Schwingungsbogen entnommen werden kann.

Reduktion aus unendlich kleinen Schwingungsbogen.

A	Reduktion	A	Reduktion
	$s \cdot 10^{-7}$		$s \cdot 10^{-7}$
von 0.0 bis 4.3	0	von 17.8 bis 18.8	— 9
„ 4.4 „ 7.4	— 1	„ 18.9 „ 19.7	— 10
„ 7.5 „ 9.6	— 2	„ 19.8 „ 20.6	— 11
„ 9.7 „ 11.4	— 3	„ 20.7 „ 21.5	— 12
„ 11.5 „ 12.9	— 4	„ 21.6 „ 22.4	— 13
„ 13.0 „ 14.3	— 5	„ 22.5 „ 23.2	— 14
„ 14.4 „ 15.5	— 6	„ 23.3 „ 24.0	— 15
„ 15.6 „ 16.7	— 7	„ 24.1 „ 24.7	— 16
„ 16.8 „ 17.7	— 8	„ 24.8 „ 25.5	— 17

2. Reduktion auf Sternzeitsekunde. Wenn die Beobachtungsuhr einen täglichen Gang von $\pm u$ Sekunden hat, wo $+$ einem Nachbleiben, $-$ einem Voreilen gegen Sternzeit entspricht, so ist die Dauer ihrer Sekunde um

$$\pm \frac{u^s}{86\,400}$$

zu gross. Die Korrektion der in Uhrsekunden ausgedrückten Schwingungsdauer s wird also

$$\triangle s = \pm \frac{u \cdot s}{86\,400}$$

Für den Mittelwert $s = 0{,}5080^s$ beträgt somit die Korrektion $\triangle s$ wegen des Uhrganges $\pm u$:

$$\triangle s = \pm 58{,}8^s \cdot 10^{-7} \cdot u$$

3. Reduktion auf 0° Temperatur. Temperaturänderungen bedingen eine Änderung der Pendellänge und damit der Schwingungs-

dauer. Da sich die Temperaturen innerhalb eines Intervalles von höchstens 30°C bewegen, wird zwischen Änderung der Temperatur und Änderung der Schwingungsdauer lineare Proportionalität angenommen. Die Reduktion $\triangle s$ der Schwingungsdauer von τ^0 auf 0^0 setzt man demnach gleich:

$$\triangle s = -m \cdot \tau$$

wo m die Temperaturkonstante des Pendels, i. e. die Änderung der Schwingungsdauer pro 1° C bedeutet. Der numerische Wert von m muss durch den Versuch bestimmt werden, indem man die Schwingungszeiten des gleichen Pendels bei tiefer und hoher Temperatur misst.

Für die Pendel der Schweiz. Geodätischen Kommission wurde von Herrn Oberst R. von Sterneck gefunden*):

		s $\quad -7$
Pendel 30, 31, 32	m =	$+44{,}35 \cdot 10$
64	m =	$+45{,}40 \cdot 10$

Bei Gelegenheit von Vergleichsmessungen im Kgl. Preuss. Geodätischen Institut zu Potsdam sollte eine Neubestimmung der Temperaturkonstanten ausgeführt werden. Die beobachteten Versuchsreihen konnten indessen nicht zu diesem Zweck benützt werden, da einerseits die Angaben zweier Thermometer, die zur Bestimmung der Temperatur der Pendelstange dienten, stark divergierten und andrerseits die Messungen einer Störung wegen vorzeitig abgebrochen werden mussten. Dagegen erlaubte das Beobachtungsmaterial, individuelle Verbesserungen der Temperaturkonstanten der einzelnen Pendel abzuleiten unter der Bedingung, dass die Summe dieser Verbesserungen gleich null sei; mit andern Worten: dass am Mittel der bisher angenommenen Temperaturkonstanten durch Berücksichtigung der individuellen Verbesserungen nichts geändert werde.

Diese Verbesserungen betragen:**)

	s $\quad -7$
für Pendel 30	$+0{,}54 \cdot 10$
31	$-0{,}75$
32	$+0{,}43$
64	$-0{,}23$
Summe	$-0{,}01$

Zur Reduktion der Beobachtungen sind die Sterneck'schen Werte verwendet worden; der Einfluss der individuellen Korrektionen wurde

*) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 24.

**) Vergl. Proc. verb. des 47ième et 48ième Séances de la Commission géodesique Suisse, 1903, pag. 26.

erst nachträglich zum Zwek genauer Untersuchung der Unveränderlichkeit der Pendel berücksichtigt.

Damit die Reduktion auf 0° Temperatur bis auf $1 \cdot 10^{8} \; ^{-7}$ richtig sei, muss die Temperatur der Pendelstange auf rund $\frac{1^0}{50}$ genau bekannt sein. Die Genauigkeit der Temperaturreduktion hangt deshalb wesentlich ab von der Übereinstimmung zwischen der wirklichen Temperatur der Pendelstange und der Angabe des zur Temperaturbestimmung verwendeten Thermometers. Man wird nur dann auf richtige Angaben des Thermometers rechnen können, wenn es den äussern Temperaturschwankungen in ähnlich träger Weise wie die Pendelstange folgt. Um dies zu erreichen, besitzen die dem Sterneck'schen Pendelapparat beigegebenen Thermometer ein magazinartig ausgezogenes Gefäss, das ungefähr die Länge der Pendelstange hat. Gefäss, Kapillare und Skala sind von einer Glashülle umgeben. Statt dieser von Woytacek konstruierten Thermometer, die mit einer Skala in Millimeterteilung versehen sind, werden in neuerer Zeit allgemein Thermometer in Pendelform verwendet. Das Gefäss hat ebenfalls die Länge der Pendelstange, steckt aber im Innern der Stange eines Pendelkörpers. Diese Pendelthermometer folgen den Temperaturschwankungen weniger rasch als die Woytacekthermometer; von ihren Angaben ist zu erwarten, dass sie den wirklichen Temperaturen der Pendelstange besser entsprechen. Bei den vorliegenden Beobachtungen ist sowohl ein Woytacek- als ein Pendelthermometer abgelesen worden; zur Reduktion der Schwingungszeiten wurden nur die Angaben des letztern benützt.

Beide Thermometer sind im April 1902 von der physikalisch-technischen Reichsanstalt in Charlottenburg geprüft worden; die Prüfung ergab:

1. Pendelthermometer
Nr. 18109.

Die Angaben des Pendelthermometers Nr. 18109 sind bei:

0 Grad	um	0,30 °C	hoch zu
5 „	„	0,24 „	
10 „	„	0,18 „	
15 „	„	0,14 „	
20 „	„	0,08 „	
25 „	„	0,06 „	
30 „	„	0,02 „	

2. Woytacekthermometer
Nr. 34.

Der Temperatur von	entspricht die Skalenstelle
0 Grad	3,30 cm
5 „	6,00 „
10 „	8,74 „
15 „	11,48 „
20 „	14,22 „
25 „	16,92 „
30 „	19,70 „

Bei der grossen Erhebung mehrerer Beobachtungsstationen über Meer ist die Abhängigkeit des Thermometerstandes vom Luftdruck nicht von vorneherein zu vernachlässigen. Eine Untersuchung des Pendelthermometers in dieser Hinsicht durch Herrn Dr. Chappuis ergab, dass einer Änderung des äussern Druckes von 100 mm eine Änderung des Standes des Thermometers von $0{,}0086^0$ entspricht. Die Angaben des Thermometers für die Station Gornergrat wären demnach um $+\frac{740-530}{100} \times 0{,}0086^0 = +0{,}018^0$ zu korrigieren, um sie auf den Luftdruck von Basel zu beziehen. Diese, für die übrigen Stationen meist unmerklichen Verbesserungen wurden nicht an den Thermometerangaben angebracht.

Trotz der Anwendung von Thermometern in der einen oder andern Form lässt sich nicht vermeiden, dass die Temperaturschwankungen anders auf das Thermometer wirken als auf die Pendelstange. Man hat diesem Übelstand auf verschiedene Art abzuhelfen gesucht.*) Gewöhnlich strebt man eine Verbesserung dadurch an, dass man die Temperaturreduktion korrigiert und diese Korrektion von der Temperaturänderung abhängig macht. Man setzt also die Reduktion auf 0° nicht gleich

$$\Delta s = -m \cdot \tau$$

sondern gleich

$$\Delta s = -m\tau + n\frac{d\tau}{dt}$$

wo $\frac{d\tau}{dt}$ die Änderungsgeschwindigkeit der Temperatur und n eine Konstante bedeutet. $\frac{ndt}{dt}$ nennt man die dynamische Temperaturreduktion. Der numerische Wert von n ist für die Sterneck'schen Pendel der Schweiz. Geodät. Kommission**) zu

$$n = +27 \pm 4 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

der Schwingungsdauer unter Anwendung eines Woytacek'schen Thermometers bestimmt worden, wenn man die Änderungsgeschwindigkeit der Temperatur auf die Stunde bezieht und sie positiv rechnet bei zunehmender, negativ bei abnehmender Temperatur.

Dieser Wert der dynamischen Temperaturkonstanten gilt nur für die Pendel und für das Thermometer, für die er bestimmt

*) Vergl. z. B. K. R. Koch, Relative Schweremessungen III, 1903, pag. 20 ff.

**) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 166 ff.

worden ist. In Ermangelung einer Bestimmung für das Pendelthermometer ist er auch für die mit diesem gemessenen Temperaturen angenommen worden. Rechtfertigen lässt sich diese Annahme dadurch, dass die dynamische Temperaturkonstante nur in geringem Mass vom verwendeten Thermometer abhängig zu sein scheint. In der Schrift „Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf 22 Stationen von der Ostsee bei Kolberg bis zur Schneekoppe," Berlin 1896, (Veröffentl. des Kgl. Preuss. Geodät. Institutes in Potsdam) ist auf pag. 152 ff. aus den im Feld bestimmten Schwingungszeiten als dynamische Temperaturkonstante für Sterneck'sche Pendel und Magazinthermometer in Pendelform abgeleitet

$$+ 25 \text{ Einh. d. 7. Dez.};$$

in der gleichen Schrift auf pag. 195 ff. für Stückrath'sche Pendel und Pendelthermometer

$$+ 16 \text{ Einh. d. 7. Dez.}$$

Die Uebereinstimmung des Wertes $+25$ mit dem obigen $+27$ kann zufälliger Natur sein; doch wird sie wenigstens z. T. ihren Grund darin haben, dass sich die Temperaturreduktion

$$\triangle s = - m\tau + n\frac{d\tau}{dt}$$

nur wenig ändert, wenn ihrer Berechnung bei konstanten Werten von m und n die Angaben verschiedener Thermometer zu Grunde gelegt werden, vorausgesetzt dass $\frac{d\tau}{dt}$ und τ je aus dem gleichen Thermometer abgeleitet werden. Einer grössern Zunahme von τ entspricht dann auch ein grösserer Wert von $\frac{d\tau}{dt}$ und damit eine grössere dynamische Reduktion.

4. Reduktion auf luftleeren Raum. Den Einfluss des Luftwiderstandes auf die Schwingungsdauer setzt man der Luftdichte proportional. Dass die Annahme linearer Proportionalität genügt, zeigen Versuche, die im Geodätischen Institut zu Potsdam durch Herrn Prof. L. Haasemann angestellt wurden.*)

Ist D die Dichte der das Pendel umgebenden Luft, so hat die Reduktion $\triangle s$ auf luftleeren Raum die Form:

$$\triangle s = - \delta \cdot D,$$

*) Vergl. Jahresbericht des Direktors des Kgl. Geod. Institutes für die Zeit von April 1901 bis April 1902, pag. 22 ff.

wo δ die Luftdichtekonstante des Pendels, i. e. die Änderung der Schwingungsdauer beim Übergang von der Luftdichte 1 zur Luftdichte 0 bedeutet. Die Luftdichte D ergibt sich aus dem Barometerstand B und der Temperatur t der Luft:

$$D = \frac{B\ mm}{760\ mm} \cdot \frac{1}{1 + 0.003670\ t}$$

Die Dichtekonstanten der Pendel betragen nach der Bestimmung des Herrn Oberst v. Sterneck.*)

für Pendel 30, 31 32 $\delta = 555 \cdot 10^{-7}$ s

64 $\delta = 542 \cdot 10^{-7}$ s

Im Mai 1902 wurden die Dichtekonstanten im Geodät. Institut zu Potsdam neu bestimmt; es ergaben sich für die einzelnen Pendel folgende Werte.**)

Pendel 30	$\delta =$	555 ± 12 m. F. in Einh. d. 7 Dez.
31		541 ± 5
32		569 ± 7
64		541 ± 6

In Anbetracht der Unsicherheit sind die einzelnen Werte zu einem Mittel vereinigt worden, das zur Reduktion aller Pendel verwendet wurde. Es ist im Mittel

$$\delta = 551{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{s} \quad (\pm 5{,}2)$$

Dieser Wert gilt zunächst nur für die geographische Breite φ' und die Meereshöhe h' von Potsdam. Für eine andere geographische Breite φ und Meereshöhe h ist die Dichtekonstante δ' aus δ abzuleiten nach der Formel:***)

$$\delta' = \delta \cdot \frac{1 - 0{,}00265 \cos 2\varphi - \frac{2h}{R}}{1 - 0{,}00265 \cos 2\varphi' - \frac{2h'}{R}}$$

Der Faktor von δ weicht für eine mittlere Breite der Schweiz ($\varphi = 46{,}5^0$) und eine mittlere Höhe ($h = 1000$ m) nicht ganz um $^1/_{1000}$ von der Einheit ab; sein Einfluss auf δ wird deshalb vernachlässigt.

*) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 28.

**) Procès-verbaux, 1903, pag. 25.

***) Vergl. Albrecht, Formeln und Hilfstafeln, 3. Aufl., pag. 342.

Zur Bestimmung des Luftdruckes diente ein Aneroidbarometer von Th. Usteri-Reinacher. Seine Standkorrektion wurde durch Vergleichung mit Quecksilberbarometern oder den Angaben zweier Siedethermometer Baudin bestimmt; die unmittelbaren Ablesungen an den Siedethermometern wurden korrigiert um die Fehler des Kalibers, der Teilung etc. nach den ihnen beigegebenen Korrektionstabellen; ausserdem wurde eine konstante Reduktion auf die Angabe des Quecksilberbarometers der meterolog. Station Basel, dessen Schwerekorrektion nicht berücksichtigt wurde, angebracht.

		Standkorrektion des Aneroidbarometers	aus Vergleichung mit
Basel 1902 .	VII. 21.	— 2,6 mm	Quecksilberbarometer
Zermatt . .	VII. 23.	— 3,3 „	Siedethermometer
Riffelberg .	VII. 28.	— 3,05 „	„
Bétempshütte	VIII. 21.	— 3,5 „	„
Schwarzsee .	IX. 3.	— 3,5 „	„
Basel . . .	IX. 9.	— 1,6 „	Quecksilberbarometer
	IX. 23.	— 2,3 „	„
Brig . . .	X. 17.	— 1,3 „	„
Basel . . .	XI. 8.	— 2,1 „	„

Zur Reduktion der Aneroidablesungen auf den Feldstationen wurden folgende Korrektionen verwendet:

Station	Korrektion
Zermatt	— 3,3 mm
Riffelberg	— 3,1 „
Gornergrat	— 3,3 „
Bétempshütte . .	— 3,5 „
Schwarzsee . . .	
Randa, St. Niklaus .	— 1,8 „
Visp	— 1,3 „

5. Reduktion auf vollkommene Stabilität des Stativs und des Untergrundes. Trotz dem geringen Gewicht des Pendels und der massiven Konstruktion des Stativs wird dieses samt dem Untergrund durch das schwingende Pendel in mitschwingende Bewegung versetzt. Der hin- und hergehenden Bewegung der Axe entspricht eine ideelle Vergrösserung der Pendellänge und dadurch wird wieder die Schwingungsdauer vergrössert. Der Einfluss des Mitschwingens auf die Schwingungs-

dauer ist mittelst eines Schumann'schen Hilfspendels bestimmt worden.*) Das Verfahren, das hiebei angewendet wird, ist eine Verbesserung der früher gebräuchlichen Wippmethode.**) Wenn man dem Stativ oder dem Pendelpfeiler im Rhythmus der Pendelschwingungen mittelst einer Federwage Stösse versetzt, so wird ein anfänglich ruhig hangendes Pendel in Schwingung geraten; die Amplitude, die einem Stoss von bestimmter Stärke entspricht, setzt man proportional der Grösse der mitschwingenden Bewegung, welche das Pendel selbst durch seine Schwingungen dem Stativ und dem Untergrund zu erteilen vermag. Hat man einmal bestimmt, welche Veränderung der Schwingungsdauer dem Ausschlag a, der beispielsweise durch einen Stoss von 1 kg hervorgebracht wird, entspricht, so lässt sich für jeden andern, beobachteten Ausschlag berechnen, welche Korrektion an der Schwingungsdauer anzubringen ist. Die sogen. Wippkonstante, i. e. die Änderung der Schwingungsdauer, wenn das Pendel bei einem Stoss von 1 kg einen Ausschlag von 1″ zeigt, muss durch den Versuch bestimmt werden.

So einfach dieses Verfahren ist, leidet es doch an verschiedenen Mängeln. Die Wippkonstante ist nur für den Pfeiler gültig, für den sie bestimmt wurde; es muss also das Stativ auf der Referenzstation wie im Felde auf dem gleichen Pfeiler stehen. Der Transport eines schweren Steinpfeilers nach Stationen im Hochgebirge ist aber, auch wenn er zerlegbar ist, oft unmöglich. Ferner berücksichtigt das Wippverfahren nur die mitschwingende Bewegung des Pendelpfeilers und des Untergrundes, und nicht auch diejenige des Stativs, wenn, wie meist üblich, die Stösse auf den obern Rand des Pfeilers ausgeübt werden. Die Anwendung dieses Verfahrens setzt also voraus, dass die mitschwingende Bewegung des Pendelstativs einen konstanten Beitrag zum Gesamtbetrag der Mitschwingungsreduktion liefere. Diese Voraussetzung braucht aber nicht erfüllt zu sein.

Das Schumann'sche Verfahren ersetzt die Federwage durch ein Pendel, das etwa doppelt so schwer als ein invariables Pendel ist. Das Stativ wird so eingerichtet, dass dieses Hilfspendel und eines der invariabeln zugleich mit zusammenfallender Schwingungsebene hinter einander aufgehängt werden können. Die Schwingungsdauer des Hilfspendels wird durch Verstellen der Pendellinse gleich derjenigen

*) Vergl. R. Schumann, Über die Verwendung zweier Pendel auf gemeinsamer Unterlage zur Bestimmung des Mitschwingens. Zeitschrift für Math. und Physik, 44. Jahrg., 2. und 3. Heft.

**) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 29.

des invariabeln gemacht. Beruhigt man dieses vollständig, während man jenes mit einer kräftigen Amplitude schwingen lässt, so wird das anfänglich ruhige Pendel infolge der mitschwingenden Bewegung des Stativs ebenfalls in Schwingung geraten. Da sich wegen der Gleichheit der Schwingungszeiten die Antriebe summieren, kann man aus der Geschwindigkeit, mit welcher die Amplitude des getriebenen Pendels wächst, auf das Mitschwingen des Stativs zurückschliessen. Gleich wie beim Wippverfahren könnte auch hier auf experimentellem Weg die einer gewissen Geschwindigkeit der Amplitudenzunahme entsprechende Korrektion der Schwingungsdauer bestimmt werden. Man hat nicht diesen Weg eingeschlagen, sondern theoretisch durch Integration der Differentialgleichungen, die für die Schwingungen zweier Pendel auf gemeinsamer Unterlage gelten, die Korrektion abgeleitet. *)

Die ideelle Verlängerung der Pendellänge, welche das Pendel durch die mitschwingende Bewegung des Stativs erfährt, sei

α für das treibende Pendel (Schumann'sche Hilfspendel)

β für das getriebene Pendel (invariable Pendel).

Bezeichnet ferner:

φ die Amplitude des treibenden Pendels,

ψ „ „ „ getriebenen „

l ihre gemeinsame Pendellänge,

g die Schwerebeschleunigung,

t die Zeit,

so ergibt die Theorie für das Verhältnis $\frac{\psi}{\varphi}$ den Ausdruck

$$\frac{\psi}{\varphi} = \frac{\alpha}{2l}\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t \quad **) \qquad (1.)$$

d. h. das Amplitudenverhältnis wächst proportional der Zeit. Bestimmt man zu den Zeiten t_1 und t_2 die Amplituden ψ und φ, so lässt sich α berechnen:

$$\alpha = \frac{\frac{\psi_2}{\varphi_2} - \frac{\psi_1}{\varphi_1}}{t_2 - t_1} \cdot 2g\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^3, \qquad (2.)$$

wo die Umformung beachtet ist:

*) Vergl. R. Schumann, l. c.; ferner Ph. Furtwängler, Über die Schwingungen zweier Pendel mit annähernd gleicher Schwingungsdauer auf gemeinsamer Grundlage, Sitzungsberichte der Kgl. preuss. Akademie der Wissenschaften, 1902 XII.

**) Vergl. Schumann, l. c., pag. 110.

$$2\,l\sqrt{\frac{l}{g}} = 2g\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^3$$

die aus $\tau = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ folgt.

Für die Reduktion der beobachteten Schwingungsdauer des invariabeln Pendels ist nicht die Kenntnis von α, sondern von β notwendig. Zwischen α und β besteht die Beziehung

$$\beta = \alpha\,\frac{m\,s}{M\,S}$$

wo M, m und S, s die Massen, bezw. die Schwerpunktabstände des treibenden und getriebenen Pendels bedeuten. Es wird demnach, wenn abgekürzt $\frac{\psi}{\varphi} = q$ gesetzt wird:

$$\beta = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}\cdot\frac{m\,s}{M\,S}\cdot 2g\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^3 \qquad (3.)$$

Für die Beziehung zwischen Änderung der Pendellänge und Änderung der Schwingungsdauer folgt aus der Pendelformel $\tau = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ der Differentialausdruck:

$$\triangle\tau = \frac{\tau}{2\,l}\cdot\triangle l = \frac{\tau}{2\,l}\cdot\beta$$

Somit lautet die Formel für die Reduktion der Schwingungsdauer wegen des Mitschwingens:

$$\triangle\tau = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}\cdot\frac{m\,s}{M\,S}\cdot 2g\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^3\cdot\frac{\tau}{2\,l} \qquad (4.)$$

oder wegen $\frac{\tau^2}{l} = \frac{\pi^2}{g}$:

$$\triangle\tau = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}\cdot\frac{m\,s}{M\,S}\cdot\frac{\tau^2}{\pi} \qquad (5.)$$

Der erste Faktor der rechten Seite wird durch die Beobachtung der Amplituden erhalten; die beiden letzten hangen von den Dimensionen des Pendels ab.

Das Verhältnis $\frac{m\,s}{M\,S}$ ist nach einem von Herrn Dr. Ph. Furtwängler angegebenen Verfahren bestimmt worden. Wenn man das Schumann'sche Hilfspendel und ein invariables Pendel, die in der für die Bestimmung des Mitschwingens nötigen Art mit parallelen

Axen und zusammenfallender Schwingungsebene in das Stativ gehängt sind, durch einen horizontal gespannten und um die beiden Pendelstangen geschlungenen Faden zusammenkoppelt, so werden sie eine neue Ruhelage annehmen. Weicht diese von der freien Ruhelage ab um den Winkel

A für das Hilfspendel
a für das invariable Pendel

so gilt die Beziehung:

$$m g \sin a \cdot s = M g \sin A \cdot S$$

woraus unter Vertauschung des Sinus mit dem Bogen folgt:

$$\frac{m s}{M S} = \frac{A}{a}$$

Für die einzelnen Pendel sind auf diese Weise folgende Werte von $\frac{m s}{M S}$ bestimmt worden:

Pendel	$\frac{ms}{MS}$		
30	0,534	± 0,002 m. F.	Mittel aus je 8 Einzelwerten.
31	0,531	± 0,001	
32	0,505	± 0,002	
64	0,532	± 0,001	
Mittel	**0,526**		

II. Die Beobachtungsergebnisse.

a) Stationsbeschreibung.

Die Stationen wurden überall möglichst gleichartig eingerichtet. Für die Wahl des Beobachtungsraumes war in erster Linie die Bedingung, die Messungen unter konstanten Temperaturverhältnissen auszuführen, ausschlaggebend; erst in zweiter Linie kam die Möglichkeit stabiler Aufstellung der Instrumente in Betracht.

Nach der Ankunft auf der Station wurde zuerst die Riefler-uhr aufgehängt, um ihr bis zum Beginn der Beobachtungen genügend Zeit zum Einschwingen zu lassen; dann erst folgte die Aufstellung der Pendelapparate. Zunächst wird eine quadratische Platte aus Sandstein von 45 cm Seitenlänge und 12 cm Dicke auf dem Boden

mittelst Zement oder Gips befestigt und auf ihr das Unterlagskreuz aufgegipst. Jeder Arm dieses dreiteiligen, gusseisernen Kreuzes ist mit einer Rinne versehen; in diese werden die Spitzen der Fussschrauben des Pendelstativs gestellt.

Die Zeitbestimmungen fanden auf den Stationen Bétempshütte, Schwarzsee und zum Teil auch auf Riffelberg im Freien statt; das Universalinstrument stand während der Dauer der Beobachtung auf einem aus Trockenmauerwerk errichteten Pfeiler; in der übrigen Zeit wurde es in seinen Verpackungskisten an geschütztem Orte aufbewahrt. Auf den andern Stationen ist eine transportable, hölzerne Beobachtungshütte verwendet worden. Das Universalinstrument wurde darin auf einem Eisenstativ aufgestellt. Der untere Teil dieses zweiteiligen Stativs, in der Form eines abgestumpften Kegels, wird mit seiner breitern Basis in ein in der Hütte gegrabenes Loch gestellt; der innere Raum des Kegels wird mit Steinen und Erdreich so ausgefüllt, dass das Material den Boden nicht berührt und infolge seines Gewichtes die Stabilität des Pfeilers erhöht. Auf diesem untern Teil wird der obere, der zylindrische Form hat, aufgeschraubt. Durch Zurückschlagen einer Segeltuchdecke, die zum Schutz über das Häuschen gezogen ist, und Zurücklegen zweier Dachläden kann der Meridian für die Beobachtung frei gemacht werden.

In der folgenden Beschreibung der Stationen sind deren geographische Koordinaten dem Siegfriedatlas ohne Korrektion entnommen; ihre Meereshöhen sind entweder aus der Schwellenhöhe naheliegender Eisenbahnschienen oder aus Höhenkoten der Siegfriedkarte mittelst des Aneroidbarometers abgeleitet worden. Sie beziehen sich also auf die den schweizerischen Kartenwerken zu Grunde liegende Höhe der Pierre du Niton (376,86 m über Meer), die rund 3,2 m zu hoch angesetzt ist.*)

Die Angaben über die geologischen Verhältnisse verdanke ich Herrn Prof. C. Schmidt, der die Bestimmung der Gesteinsdichten durch Herrn Dr. F. Hinden ausführen liess.

1. Basel, Referenzstation. Die Messungen fanden im Souterrain des Bernoullianums gegenüber der mechanischen Werkstätte statt (im sog. Packraum). Wegen der Nähe einer verkehrsreichen Strasse ist der Boden nicht ganz frei von Erschütterungen.

Zu den Zeitbestimmungen diente das Meridianinstrument der astronomischen Anstalt.

*) Vergleiche: Dr. J. Hilfiker, Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz. Bern 1902.

2. Zermatt.*) Geogr. Breite 46° 1′ 30″
Geogr. Länge 5° 24′ 48″ (östl. Paris)
Meereshöhe 1606,5 m.

Zu den Messungen wurde ein Kellerraum des Bahnhofgebäudes der Bahn Visp-Zermatt benützt. Die nächste Umgebung der Station ist ostwärts vollständig eben; die Westseite bildet ein mässig geneigter Hang mit einem Böschungswinkel von 25 bis 30°, der erst in einer Entfernung von 400 m steil aufsteigt. Der anstehende Fels ist Kalk, dessen Dichte 2,68 beträgt.

Die Steinplatte wurde auf dem Zementboden des Kellerraumes aufgegipst. Da eine Erschütterung des Bodens durch Bahnzüge und Fuhrwerke nicht ausgeschlossen war, wurden die Messungen zur Zeit starken Verkehrs, die naturgemäss mit dem Abgang und der Ankunft der Züge zusammenfiel, eingestellt. Ein vollständig beruhigtes, frei hangendes Pendel, das ca. 15 Minuten lang, während lebhafter Verkehr in und um Gebäude herrschte, beobachtet wurde, blieb vollkommen ruhig. Auch der Reduktion nach scheinen die Schwingungszeiten nicht von äussern Störungen beeinflusst zu sein. Die Temperatur des Beobachtungsraumes hielt sich sehr konstant. Die Riefleruhr wurde an einer ca. 1 m dicken Quermauer des Kellers aufgehängt.

Die Zeitbestimmungen wurden im Beobachtungshäuschen ausgeführt, das ca. 50 m nordwestlich vom Stationsgebäude auf dem Bahnhofareal zwischen Geleise und der Strasse Zermatt-Randa stand.

3. Riffelberg. Geogr. Breite 45° 59′ 36″
Geogr. Länge 5° 25′ 6″ (östl. Paris)
Höhe 2569 m.

Die Pendelmessungen fanden in einem seitlichen, gegen Südwesten gelegenen Anbau der Dependance des Hotels statt; der Boden ist mit roh zubehauenen, flachen Steinen belegt, auf welche die Steinplatte aufgegipst wurde. Dach, Fenster und Türe des Beobachtungsraumes werden aus lose zusammengefügten Brettern gebildet, die der Luft ungehinderten Durchgang gestatten. Die Temperaturschwankungen waren deshalb beträchtlich. Die Riefflerуhr wurde an der Hauptmauer der Dependance, die indessen nur leicht mit Kalk verputzt ist und mehr ein Trockenmauerwerk bildet, aufgehängt.

Für die Zeitbestimmungen wurde das Beobachtungshäuschen ca. 30 m südöstlich vom Hotel aufgestellt. Als Pfeiler für das Universalinstrument diente der Oberteil des eisernen Stativs, welcher

*) Vergl. Skizze der Lage der Stationen, pag. 117.

auf einem steinernen Unterbau, der auf den gewachsenen Fels gemauert war, befestigt wurde.

Die nächste Umgebung bildet ein gegen Südosten unter ca. 12° bis 15° ansteigendes Plateau, das gegen Nordwesten (gegen Riffelalp) ziemlich steil abfällt. Das anstehende Gestein besteht aus Grünschiefer und Serpentin und hat eine Dichte von 2,96.

4. Gornergrat. Geogr. Breite 45° 59′ 1″
Geogr. Länge 5° 26′ 37″ (östl. Paris)
Höhe 3019 m.

Die Pendelmessungen fanden im Beobachtungshäuschen statt, das dicht an die Nordostseite des Stationsgebäudes der Gornergratbahn gestellt wurde. Da der gewachsene Fels zu tief im aufgeschütteten Erdreich lag, konnte die Steinplatte nicht angegipst werden; sie wurde möglichst fest in den Boden gebettet.

Die Zeitbestimmungen fanden auf Riffelberg im Freien statt. Das Chronometer wurde sorgfältig per Bahn nach Gornergrat transportiert, nachdem es auf Riffelberg mit der Riefleruhr verglichen worden war. Eine zweite Vergleichung erfolgte abends sofort nach dem Rücktransport.

Die Station liegt am Rand des von Riffelberg her ansteigenden Plateaus, das nach Osten in einen noch 100 bis 200 m höhern Grat ausläuft und nach Süden steil gegen den ca. 400 m tiefer liegenden Gornergletscher abfällt.

Das anstehende Gestein ist Kalkschiefer und Quarzit; seine Dichte 2,67.

5. Bétempshütte. Geogr. Breite 45° 57′ 30″
Geogr. Länge 5° 28′ 38″ (östl. Paris)
Höhe 2800 m.

Die Bétempshütte, eine Schutzhütte des Schweizer-Alpenklubs, liegt am Fuss des Nordwestabhanges des Monte Rosa-Massivs, der eine mittlere Neigung von ca. 20° hat. Mit Ausnahme kleinerer Felspartien wird die nächste Umgebung bis zu 2,5 km Entfernung von Gletschern gebildet. Der Transport der Instrumente nach der Station erfolgte von Riffelberg aus durch Maultiere und Saumpferde über den roten Boden bis Gadmen (Punkt 2627, Blatt 535 des Siegfriedatlas) und von hier durch Träger über den Gornergletscher bis zur Hütte.

Der anstehende Fels, Granit, hat eine Dichte von 2,65.

Der hölzerne Oberbau der Hütte steht auf einem gemauerten Sockel; innerhalb dieses Sockels befindet sich auf der nördlichen Seite, durch eine Quermauer vom übrigen Raum abgetrennt, die Lebensmittelkammer, in welcher die Pendelapparate aufgestellt werden konnten. Im danebenliegenden Raum, der wegen seiner geringen Höhe nicht für die Messungen geeignet war, wurde die Riefleruhr an der Sockelmauer aufgehängt. Die Steinplatte wurde auf einem kleinen Fundament, das z. T. mit dem gewachsenen Fels, z. T. mit der Sockelmauer in Verbindung stand, aufgegipst. Die Temperaturverhältnisse waren günstig, indem man durch öffnen eines kleinen Fensters oder der Türe oberhalb der Zugangstreppe die warme Luft abziehen lassen konnte.

Die Zeitbestimmungen fanden ca. 30 m nördlich der Hütte im Freien statt; das Universalinstrument wurde auf einem aus Trockenmauerwerk errichteten Pfeiler aufgestellt.

6. Schwarzsee. Geogr. Breite 45° 59′ 30″
Geogr. Länge 5° 22′ 30″ (östl. Paris)
Höhe 2585 m.

Das Hotel Schwarzsee liegt an einem mässig geneigten Hang, der erst in ca. 1 km Entfernung etwas steiler gegen Norden und Osten abfällt; im Südwesten erhebt sich in unmittelbarer Nähe das Matterhorn. Das Gestein besteht aus Kalkphyllit, dessen Dichte 2,65 beträgt.

Die Pendelmessungen fanden in dem zu ebener Erde in der Nordostecke der Dependance gelegenen Zimmer statt. In einer Ecke desselben wurde nach Entfernung des Bretterbodens ein kleines Fundament gemauert, auf welchem die Steinplatte aufgegipst wurde. Wegen der Kleinheit des Raumes machten sich die Körperwärme des Beobachters und die brennenden Beobachtungslampen meist in einer Zunahme der Temperatur bemerkbar.

Für die Zeitbestimmungen ist 10 m nördlich vom Beobachtungsraum auf gewachsenem Fels ein Pfeiler aus leicht zusammengegipsten Steinplatten errichtet worden.

7. Randa. Geogr. Breite 46° 6′ 1″
Geogr. Länge 5° 26′ 48″ (östl. Paris)
Höhe 1410 m.

Zu den Messungen diente ein Keller des Gebäudes, das auf der südwestlichen Seite der Strasse nach Zermatt zwischen der Eisenbahnstation und dem Hotel Weisshorn liegt. Der Zugang zum Keller

geschieht ebener Erde von der Südwestseite her. Im Erdreich des Bodens ist aus einigen Steinen ein kleines Fundament gemauert worden, auf welchem die Steinplatte aufgegipst wurde. Die Temperaturverhältnisse des grossen Raumes waren sehr günstig. Die Riefleruhr wurde an einer Querwand des Kellers aufgehängt.

Die Zeitbestimmungen fanden im Beobachtungshäuschen statt, das auf einem abgestürzten Felsblock ca. 50 m südöstlich vom Hotel Weisshorn aufgestellt wurde. Als Pfeiler diente der Oberteil des Eisenstativs, der ähnlich wie auf Riffelberg auf einem kleinen Fundament befestigt war.

Die Station liegt auf der Ostseite der Sohle des tiefeingeschnittenen Nikolaitales, das auf beiden Seiten von den höchsten, ganz auf Schweizerboden liegenden Gebirgsstöcken begrenzt wird. Das Gestein der Umgebung ist chloritischer Gneiss, dessen Dichte 2,70 beträgt.

8. St. Niklaus. Geogr. Breite 46° 10′ 40″
Geogr. Länge 5° 28′ 0″ (östl. Paris)
Höhe 1113 m.

Zu den Messungen wurde der Lingeriesaal des Grand Hotel benützt, der im Souterrain in der südöstlichen Ecke des Hauses liegt. Der Boden ist mit grossen Steinplatten belegt, auf welchen die Unterlagsplatte des Stativs aufgegipst wurde. Die Riefleruhr wurde an der ca. 1 m dicken Grundmauer des Gebäudes aufgehängt. Die Temperaturverhältnisse des grossen Raumes waren sehr konstant.

Die Zeitbestimmungen fanden im Beobachtungshäuschen statt, das zwischen Hotelgebäude und Schulhaus stand. Zur Aufstellung des Universalinstrumentes diente das Eisenstativ, dessen unterer Teil in den Boden gegraben und durch Steine beschwert wurde.

Die Lage der Station ist ähnlich derjenigen von Randa; auch die Gesteinsverhältnisse sind dieselben.

9. Visp. Geogr. Breite 46° 17′ 33″
Geogr. Länge 5° 32′ 49″ (östl. Paris)
Höhe 652 m.

Die Station ist in der Rhoneebene am Ausgang des Nikolaitales gelegen; auf der Südost- und Südwestseite steigt das Terrain erst in einer Entfernung von ca. 500 m steil an, auf der Nordseite ist es vollständig eben bis zu einer Entfernung von 1,5 km. Das Gestein der nächsten Umgebung besteht aus Kalkschiefer, dessen Dichte 2,82 ist.

Die Messungen fanden in einem Zimmer ebener Erde der Dependance des Hotels Post statt; die Steinplatte wurde auf dem Zementboden aufgegipst, die Riefleruhr an der Mauer aufgehängt. Die Temperaturverhältnisse des Raumes waren nicht ungünstig.

Die Zeitbestimmungen wurden ähnlich wie in St. Niklaus ausgeführt; das Beobachtungshäuschen stand östlich vom Hotel hart an der Strasse nach Brig.

b) Uhrgänge.

Als Koinzidenzuhr für die Pendelmessungen diente das Sternzeitchronometer Nardin No. 34; vor Beginn und nach Schluss jeder Messungsreihe wurde es mittelst eines Hipp'schen Chronographen automatisch mit der Riefleruhr verglichen. Diese war als transportable Pendeluhr erworben worden und sollte, wenn möglich, direkt zu den Koinzidenzbeobachtungen benützt werden. Sie besitzt hiefür eine besondere Kontakteinrichtung; ein vertikaler Stift, der an der Pendelstange 30 cm unterhalb der Axe angebracht ist, hebt jeweilen beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage einen horizontalliegenden Hebel ein wenig in die Höhe und unterbricht dadurch einen Strom. Dieser Kontakt beeinflusst aber den Gang der Uhr sehr ungünstig. Eine zweite Kontakteinrichtung besitzt diesen Uebelstand nicht; durch die Zähne eines Rades, das auf der Axe des Hemmungsrades befestigt ist, wird ebenfalls ein horizontalliegender Hebel leicht in die Höhe gehoben. Die Unterbrechung des Stromes erfolgt aber zu unregelmässig für Koinzidenzbeobachtungen. Dieser Kontakt ist versuchshalber zu den Ausgangsmessungen in Basel (Juni-Juli 1902) benützt worden, später aber nicht mehr.

Die Uhr ist mit einem Nickelstahlpendel und dem freien Riefler'schen Echappement versehen. Die Pendellinse sitzt auf einem kurzen Kompensationszylinder; Pendellinse und Kompensationszylinder sind mit einander zum Zweck der Regulierung des Ganges verstellbar. Eine Verstellung der Linse um eine Umdrehung ändert den täglichen Gang um ca. 40^s.

Die Aufstellung der Uhr geschieht in folgender Weise. Zunächst wird die sogenannte Mauerplatte mittelst zweier Keilschrauben an einer gemauerten Wand befestigt; sie trägt eine starke, horizontal hervorstehende Schraube, mit deren Hilfe das Uhrgehäuse angeklemmt wird. Drei kleine Stellschrauben, die durch die Rückwand des Gehäuses gehen und auf die Mauerplatte drücken, ermöglichen, das Uhrwerk in die Lotrichtung zu bringen. Zwei kräftige Schrauben, deren

Axen parallel der Schwingungsebene sind, durchdringen die untern Träger des Uhrgehäuses und können von beiden Seiten her gegen einen festen Stift gedreht werden, der an der Mauerplatte unterhalb der Befestigungsschraube des Gehäuses angebracht ist und in dasselbe hineinragt. Der Abfall der Pendelschwingung kann durch diese Einrichtung korrigiert werden.

Die Zeitbestimmungen geschahen nach der Döllen'schen Methode. In der Regel wurden für eine Zeitbestimmung die Durchgänge von 8 Zeitsternen durch den Vertikal des Polarsternes, der stets am Mittelfaden eingestellt wurde, beobachtet. Die Beobachtungen verteilen sich symmetrisch auf die Ost- und Westlage des Instrumentes. Der Uebergang von einer Kreislage zur andern erfolgte durch Drehung um die Vertikalaxe um 180°, nicht durch Umlegen.

Der aus den Zeitbestimmungen abgeleitete Uhrgang ist nur ein Durchschnittswert, der wegen der unvermeidlichen Schwankungen nicht mit dem wirklichen Gang zur Zeit der Pendelmessungen identisch ist. Die kürzeren, innerhalb weniger Stunden sich vollziehenden Gangschwankungen des Chronometers werden durch seine Vergleichung mit der regelmässiger gehenden Riefleruhr eliminiert. Der Gang der Riefleruhr selbst aber wird Schwankungen unterworfen sein, die einerseits wegen der täglichen Periode der Temperatur und des Luftdruckes ebenfalls periodischen Charakter aufweisen, andrerseits sich auch über mehrere Tage erstrecken und in fortschreitenden Gangänderungen bestehen können. Es ist deshalb notwendig, die Pendelmessungen sowohl innerhalb eines Tages regelmässig zu verteilen als auch über das ganze Zeitintervall zwischen den beiden Zeitbestimmungen gleichmässig zu erstrecken, wenn die Gangschwankungen möglichst eliminiert werden sollen.*) Um dies zu erzielen, sind auf jeder Station täglich zwei Reihen Pendelmessungen beobachtet worden. Unter einer Reihe ist die einmalige Bestimmung der Schwingungsdauer eines jeden der 4 Pendel verstanden; sie geschieht immer in der Reihenfolge: 30, 31, 32, 64. Die erste Reihe folgt meist unmittelbar auf die erste Zeitbestimmung in der Nacht von ca. 9h p bis 1h a MEZ, die zweite 12 Stunden später am folgenden Morgen; ergab sich am zweiten Tag keine Zeitbestimmung, so folgte abends 8h bis 12h eine dritte und am nächsten Tag eine vierte Reihe, u. s. f. bis die Schlusszeitbestimmung gelang. Nur in wenigen Fällen wurde von dieser regelmässigen Verteilung eine Ausnahme gemacht.

*) Vergl. Bestimmung der Polhöhe etc. auf 22 Stationen, 1896, pag. 150.

1. Ableitung der Uhrgänge für Basel.

a) Vor der Campagne.

Die Zeitbestimmungen ergaben folgende Stände und Gänge für die Uhren Knoblich und Riefler:

1902	Uhrzeit Knoblich	Stand gegen Sternzeit		Abs. tägl. Gang		M. F. des Standes
		Knoblich	Riefler	Knoblich	Riefler	
	h m	m s	h m s	s	s	s
Juni 19.	15 0	— 2 19.64	—			± 0.028
22.	15 7	39.53	—	— 6.63	—	± 0.014
25.	15 13	59.40	— 7 20 6.90	— 6.62	—	± 0.032
28.	15 17	— 3 19.47	19.49	— 6.69	— 4.20	± 0.037
Juli 3.	15 38	53.27	41.52	— 6.72	— 4.39	± 0.010
4.	15 38	59.98	45.86	— 6.71	— 4.34	± 0.021

Vom 19. bis 25. VI. 1902 war der untere Kontakt der Riefleruhr eingeschaltet; sie zeigte während dieser Zeit starke Gangänderungen.

Aus den täglichen Vergleichungen zwischen Riefler und Knoblich ergeben sich folgende relative Stände und Gänge, sowie absolute Gänge von Riefler.

1902	Uhrzeit Riefler	Relat. Stand Riefler gegen Knoblich	Rel. tägl. Gang Riefler g. Knoblich	Abs. Gang Riefler		Mittel aus 1. und 2. (gleich. Gew.)
				1. aus Vergl. mit Knobl.	2. direkt aus Zeitbestg.	
	h	h m s	s	s	s	s
Juni 22.	12.5	— 7 17 26.34*)				
23.	13.25	18.06*)	+ 8.03*)	—	—	—
24.	13.1	13.85*)	+ 4.24*)	— 2.38*)	—	— 2.38*)
25.	12.9	9.36*)	+ 4.53*)	— 2.09*)	—	— 2.09*)
26.	13.2	5.87	3.45	— 3.20	—	—
27.	12.7	3.54	2.38	— 4.31	— 4.20	— 4.26
28.	13.2	1.02	2.47	— 4.22		— 4.21
29.	14.9	16 58.34	2.50	— 4.21	(— 4.36)	(— 4.28)
30.	13.0	56.18	2.35	— 4.37		4.38
Juli 1.	13.7	53.77	2.34	— 4.38	— 4.39	— 4.39
2.	14.7	51.38	2.30	— 4.42		— 4.41
3.	14.7	49.06	2.32	— 4.44		(— 4.41)

*) Unterer Kontakt eingeschaltet; vom 25. VI. an geht die Uhr mit dem obern Kontakt.

Die in der letzten Kolonne stehenden Gänge sind zur Reduktion verwendet worden.

β) Nach der Campagne.

1902	Uhrzeit Knoblich	Stand gegen Sternzeit		Tägl. Gang		M. F. des Standes
		Knoblich	Riefler	Knoblich	Riefler	
	h	s	s	s	s	s
Nov. 11.	21.4	+ 25.78$_5$	— 16.06		+ 6.94	± 0.025
12.	21.3		— 9.15*)	+ 0.06	+ 6.88	
13.	21.5	25.91	— 2.21			± 0.019
Dez. 23.	23.3	32.77				± 0.019
32.	0.1	33.42		+ 0.074		± 0.10**)

*) Aus Vergleichung mit Knoblich.

**) Geschätzt; wegen Bewölkung sind in der einen Kreislage nur 4, in der andern nur 1 Zeitstern beobachtet; die Übereinstimmung der Sterne würde nur $\pm^{s}_{0,04}$ ergeben. Wegen des Zeitintervalles von 9 d ist der Gang genügend sicher bestimmt.

Für die Pendelmessungen am 12. und 13. XI. kommen noch folgende Vergleichungen zwischen Riefler und Knoblich und zwischen Nardin und Riefler in Betracht.

1902	Uhrzeit Riefler	Relat. Stand Riefler g. Knoblich	Relat. tägl. Gang Riefler g. Knoblich	Abs. Gang Riefler		Mittel aus 1. und 2.
				1. aus 10-stünd. Vergleichung	2. aus tägl. Vergleichung	
	h m	s	s	s	s	s
Nov. 12. a	11 10	— 37.932	+ 6.93	+ 6.99	+ 6.94	+ 6.96$_5$
p	21 20	— 34.995	+ 6.79			
13. a	11 15	— 31.060	+ 6.92	+ 6.98	+ 6.88	+ 6.93
p	21 28	— 29.959				

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Rel. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Absoluter Gang	
				Riefler	Nardin
	h m	s	s	s	s
Nov. 12.	11 8	+ 1.549	— 5.25	+ 6.96$_5$	+ 1.71$_5$
	15 8	+ 0.674			
	17 22	+ 0.173	— 5.36	+ 6.96$_5$	1.60$_5$
	21 18	— 0.706			
13.	11 13	— 3.838	— 5.32	+ 6.93	1.61
	15 6	— 4.699			
	16 34	— 5.025	— 5.43	+ 6.93	1.50
	20 21	— 5.882			

Die absoluten Gänge Nardin der letzten Kolonne sind zur Reduktion der Schwingungszeiten verwendet worden.

Für die Pendelmessungen zwischen Dezember 23. und 31., 1902, darf wegen starker Luftdruckänderungen nicht der oben angegebene, mittlere Gang für Knoblich ($+0{,}074^s$) zur Ableitung der Gänge von Nardin benützt werden; er muss zuerst mittelst des Barometerkoeffizienten der Uhr auf den Luftdruck der einzelnen Tage reduziert werden. Der Barometerkoeffizient der Knoblichuhr ist aus 46 Zeitbestimmungen, die in der Zeit vom Juni 1898 bis Juni 1899 ausgeführt wurden, abgeleitet worden; er beträgt, auf täglichen Gang bezogen,

$$+0{,}0097^s \quad \pm 0{,}0046^s \text{ m. F.}$$

für 1 mm Luftdruckzunahme.

Aus dem gleichen Beobachtungsmaterial ergab sich für den Temperaturkoeffizienten

$$-0{,}0082^s \quad \pm 0{,}0028^s \text{ m. F.}$$

pro 1° C Temperaturzunahme (d. h. die Uhr ist überkompensiert).

Die folgende Tabelle enthält die Berechnung des korrigierten Ganges Knoblich mit Hilfe der täglichen Mittel von Temperatur und Barometerstand, die mir von der meteorologischen Anstalt des Bernoullianums zur Verfügung gestellt wurden.

1902	Gewicht	Tägl. Mittel der Temp.	Tägl. Mittel des Luftdr.	Abweichung v. Mittel Temp.	Abweichung v. Mittel Luftdr.	Verbesserung des tägl. Ganges wegen Temp.	wegen Luftdr.	Summe	Verbess. Gang Knoblich
		°	mm	°	mm	s	s	s	s
Dez. 23.	0,3	—	750.3	—	+ 13.0				
24.	1	6.9	750.2	— 0.2	+ 12.9	+ 0.002	+ 0.125	+ 0.127	+ 0.20
25.	1	6.7	748.2	— 0.4	+ 10.9	003	106	109	0.18
26.	1	6.5$_5$	744.4	— 0.5$_5$	+ 7.1	005	069	074	0.15
27.	1	6.5$_5$	745.7	— 0.5$_5$	+ 8.4	005	082	087	0.16
28.	1	6.8	739.0	— 0.3	+ 1.7	002	016	018	0.09
29.	1	7.2	725.5	+ 0.1	— 11.8	— 001	— 114	— 115	— 0.04
30.	1	7.6	720.7	+ 0.5	— 16.6	— 004	— 161	— 165	— 0.09
31.	1	7.9	725.0	+ 0.8	— 12.3	— 007	— 119	— 126	— 0.05
32.	0,8	—	732.0	—	— 5.3				
	Mittel	7.1	737.3						

Es weichen demnach die korrigierten Gänge vom durchschnittlichen Gang bis zu $0{,}16^s$ ab; die Schwingungszeiten der Pendel er-

halten also eine Korrektion, die bis zu $9 \cdot 10^{s-7}$ von der mit dem durchschnittlichen Gang berechneten abweicht.

Das Chronometer Nardin wurde vor und nach jeder Reihe Pendelmessungen automatisch mit der Riefleruhr und diese wieder durch Tastersignale mit Knoblich verglichen. Jede dieser Vergleichungen beruht auf 30 Signalen, die innerhalb einer Minute (für Nardin-Riefler) oder mehrerer Minuten (für Riefler-Knoblich) regelmässig verteilt sind.*) Die Gänge von Nardin und Riefler sind indessen nur aus der ersten und letzten Vergleichung eines jeden Tages (ca. 8^h a und 6^h p MEZ) abgeleitet worden. Wenn die beiden mittleren Vergleichungen von 12h mittags und 2h nachmittags zur Berechnung mithinzugezogen werden, so ergeben sich stark veränderliche Gänge von Nardin, die durch die Schwingungszeiten der Pendel nicht bestätigt werden. Da die Unregelmässigkeiten zu gross sind, als dass sie aus der Unsicherheit der Vergleichung erklärt werden könnten, muss die Ursache in einer unregelmässigen Funktionierung der Apparate gesucht werden; sie liegt vermutlich darin, dass infolge der veränderlichen Stromstärke der schon ziemlich stark ausgenützten Trockenelemente die Schreibfedern des Chronographen vom Elektromagneten ungleichmässig angezogen wurden.

Der Gang von Nardin darf unbedenklich aus der ersten und letzten Vergleichung eines Tages abgeleitet werden, weil einerseits die beiden Reihen symmetrisch innerhalb dieses Zeitraumes liegen, und andrerseits anzunehmen ist, dass das Chronometer, das jeweilen abends aufgezogen wurde, über Nacht bis zum Beginn der Messungen einen regelmässigen Gang angenommen habe.

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Rel. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Uhrzeit Riefler	Relat. Stand Riefler gegen Knoblich	Relat. Gang Riefl. geg. Knob.	Absol. tägl. Gang Knoblich	Riefler	Nardin
	h m	s	s	h m	s	s	s	s	s
Dez. 24.	14 12	— 8.856		14 14	+ 43.362				
	17 58	— 9.235	— 2.24	18 0	43.646	1.85	+ 0.20	+ 2.05	— 0.19
	21 38	— 9.565		21 39	43.947				
	1 25	— 9.898		1 21	44.219				
			— 2.28			1.84			

*) Vergl. auch S. 63 und 64.

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Rel. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Uhrzeit Riefler	Relat. Stand Riefler gegen Knoblich	Relat. Gang Riefl. geg. Knob.	Absol. tägl. Gang Knoblich	Riefler	Nardin
	h	s		h	s				
Dez. 25.	17,2	— 11.40	s	17,2	+ 45.44	s			
			— 2.36			1.77			
	h m			h m					
26.	14 10	— 13.467		14 7	46.983				
	17 56	— 13.797	— 2.23	18 1	47.271	1.96	+ 0.15	+ 2.11	— 0.12
	19 31	— 13.960		19 33	47.394				
	23 27	— 14.330		23 25	47.743				
			— 2.29			1.73			
27.	14 28	— 15.760		14 26	48.824				
	18 14	— 16.105	— 2.35	18 12	49.082	1.84	+ 0.16	+ 2.00	— 0.35
	19 33	— 16.223		19 35	49.190				
	23 17	— 16.622		23 15	49.501				
			— 2.12			1.88			
28.	17,9	— 18.26		17,9	50.96				
			— 2.00			1.80			
29.	14 13	— 19.959		14 25	52.496				
	18 20	— 20.277	— 2.14	18 21	52.796	1.88	— 0.04	+ 1.84	— 0.30
	21 10	— 20.552		21 11	53.019				
	1 1	— 20.904		0 58	53.322				
			— 2.16			1.73			
30.	14 46	— 22.144		14 57	54.319				
	18 24	— 22.464	— 2.14	18 25	54.561	1.80	— 0.09	+ 1.72	— 0.42
	20 23	— 22.657		20 21	54.724				
	0 9	— 22.979		0 11	55.021				
			— 2.47			1.80			
31.	14 24	— 24.439		14 25	56.086				
	18 12	— 24.797	— 2.35	18 13	56.362	1.87	— 0.05	+ 1.82	— 0.53
	20 10	— 25.009		20 11	56.529				
	23 52	— 25.367		23 54	56.823				
			— 1.87			1.80			
32.	17,8	— 26.76		17,8	58.16				

Der Vollständigkeit halber sind die nichtbenützten Vergleichungen auch aufgeführt. Die absoluten Gänge Nardin der letzten Kolonne kommen für die Reduktion der beobachteten Schwingungszeiten in Betracht.

2. Zeitbestimmungen und Uhrgänge für die Feldstationen.

Die Ergebnisse der Zeitbestimmungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; sie enthält auch die nicht auf die Pendelmessungen bezüglichen Uhrstände, die auf Riffelberg für die Be-

stimmung der Polhöhe beobachtet wurden. Die angegebenen m. F. der Uhrstände sind aus den Abweichungen der Uhrstände der einzelnen Sterne von ihrem Mittel berechnet; sie sind zur Berechnung des m. F. des Ganges nur dann angewendet worden, wenn an aufeinanderfolgenden Beobachtungsabenden nicht die gleichen Sterne beobachtet wurden. Wurden die gleichen Sterne benützt, so ist der m. F. des Ganges aus der Vergleichung der Gänge, wie sie aus den entsprechenden Sternen folgen, abgeleitet worden; in der Tabelle (S. 32 f.) ist dieser Fall durch ein beigesetztes Kreuz † kenntlich gemacht.

Chronometer Nardin und Riefleruhr wurden vor und nach jeder Zeitbestimmung und jeder Reihe Pendelmessungen mit einander verglichen (s. hierüber auch S. 63 ff.). Die relativen Stände und Gänge des Chronometers, sowie seine absoluten Gänge, die auf Grund der absoluten Gänge Riefler (S. 32) abgeleitet und zur Reduktion der Schwingungszeiten verwendet wurden, sind in der Tabelle auf S. 33 ff. enthalten.

Zeitbestimmungen der Feldstationen.

1902	Uhrzeit Nardin	Stand gegen Sternzeit Nardin	Stand gegen Sternzeit Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin	Absol. tägl. Gang Riefler	M. F. des Standes	M. F. des Ganges	Zahl d. Zeitsterne
Zermatt								
		m s	h m s	s	s	s	s	
Juli 20.	17.8	— 0 42.07	+ 2 6 44.84	— 1.58	— 1.26	± 0.039	± 0.037	8
22.	16.9	45.18	47.32			037		8
Riffelberg								
Juli 25.	16.9	— 0 50.18	— 5 16 8.74			± 0.060	± 0.037 †	8
26.	16.9	52.02	5.84	— 1.84	+ 2.90	035		8
28.	18.25	56.77	0.04	— 2.31	+ 2.82	048	030	4
29.	18.7	58.81	15 57.31	— 2.00	+ 2.68	030	065	4
30.	18.7	— 0 1.01	56.61	— 2.20	+ 2.70	042	061	6
Aug. 3.	19.2	10.10	44.08	— 2.26	+ 2.62	027	013	6
9.	18.3	20.70	30.94	— 1.78	+ 2.20	021	006	8
11.	18.05	24.28	27.76	— 1.80	+ 1.60	065	034	6
13.	18.1	26.24₅	26.76	— 0.98	+ 0.50	025	035	8
Bétempshütte								
Aug. 20.	18.40	— 1 18.91	— 5 4 49.51			± 0.019		8
21.	17.68	20.23	59.01	— 1.36	— 9.78	023	± 0.030	8

1902	Uhrzeit Nardin	Stand gegen Sternzeit Nardin	Stand gegen Sternzeit Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin	Absol. tägl. Gang Riefler	M. F. des Standes	M. F. des Ganges	Zahl d. Zeitsterne
Schwarzsee								
		m s	h m s	s	s	s	s	
Aug. 20.	18.85	— 2 5.41	— 5 27 30.59	— 1.42	— 2.41	± 0.042		8
Sept. 3.a	3.05	10.16	38.64			023	± 0.014	10
Randa								
Sept. 26.	18.8	+ 19.99	— 1 9 18.58	— 1.07	+ 8.87	± 0.041		8
27.	18.8	18.92	9.71			021	± 0.036 †	8
St. Niklaus								
Okt. 3.	20.1	+ 18.82	— 0 41 51.28	— 0.70	+ 6.01	± 0.049		8
8.a	4.3	15.78	25.19			038	± 0.014	8
Visp								
Okt. 13.	19.55	+ 34.58	+ 2 27 8.95	+ 0.23	+ 1.11	± 0.033		8
15.	23.3	35.08	11.35			016	± 0.026	8

Uhrvergleichungen zwischen Nardin und Riefler.

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Relat. Absol. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin indirekt	Nardin direkt	Differenz direkt minus indirekt
Zermatt							
	h m	h m s	s	s	s	s	s
Juli 20.	17 43	+ 2 6 2.765					
21.	1 38	2.707	— 0.155	— 1.26	— 1.42	— 1.58	— 0.16
	6 6	2.677					
	12 39	2.504	+ 0.04	—	— 1.22	—	— 0.36
	17 6	2.508					
22.	3 1	2.300	+ 0.07	—	— 1.19	—	— 0.39
	7 13	2.313					
	9 11	2.273	— 0.41	—	— 1.67	—	+ 0.09
	13 7	2.208					
	16 41	2.14					

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Relat. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Absol. tägl. Gang Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin indirekt	Absol. tägl. Gang Nardin direkt	Differenz direkt minus indirekt
			Riffelberg und Gornergrat				
	h m	h m s	s	s	s	s	s
Juli 25.	15 45	+ 5 15 18.72					
	17 45	18.37	— 4.76	+ 2.90	— 1.86	— 1.84	+ 0.02
26.	1 18	16.883					
	5 24	16.069	— 4.39	—	— 1.49	—	— 0.35
	10 46	15.047					
	14 49	14.306	— 4.56	+ 2.62	— 1.94	— 2.26	— 0.32
31.	9 39	14 50.478					
	13 17	49.788	— 4.89	—	— 2.27	—	+ 0.01
Aug. 1.	3 26	46.784					
	7 2	46.051	— 5.00	—	— 2.38	—	+ 0.12
2.	9 0	40.702					
	12 31	39.969	— 4.625	—	— 2.00	—	— 0.26
3.	2 59	37.027					
	6 32	36.343	— 3.43	+ 1.60	— 1.83	— 1.80	+ 0.03
10.	5 57	8.247					
	15 25	6.896	— 2.84	—	— 1.24	—	— 0.56
11.	4 13	4.930					
	15 24	3.606	— 1.59	+ 0.50	— 1.09	— 0.98	+ 0.11
12.	6 1	2.713					
	15 31	2.084	— 1.67	—	— 1.17	—	+ 0.19
13.	4 19	1.405					
	15 37	0.621					
			Bétempshütte				
Aug. 20.	17 8	+ 5 3 30.07					
	19 41	31.058	+ 9.79	— 9.78	+ 0.01	— 1.37	— 1.38
	23 22	32.561					
21.	7 55	35.355	+ 9.07	—	— 0.71	—	— 0.66
	11 41	36.779					
	16 41	38.44					
	18 40	39.12					
			Schwarzsee				
Aug. 30.	18 1	+ 5 25 25.13					
	19 37	25.227	+ 1.70	— 2.41	— 0.71	— 1.42	— 0.71
	23 33	25.506					

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Relat. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Absol. tägl. Gang Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin indirekt	Absol. tägl. Gang Nardin direkt	Differenz direkt minus indirekt
Schwarzsee							
	h m	h m s	s	s	s	s	s
Aug. 31.	12 31	25.969	0.98	— 2.41	— 1.43	— 1.42	+ 0.01
	16 9	26.117					
	18 47	26.195	1.12	—	— 1.29	—	— 0.13
	22 24	26.364					
Sept. 1.	7 18	26.683	1.08	—	— 1.33	—	— 0.09
	10 54	26.845					
	17 41	27.117	1.01	—	— 1.40	—	— 0.02
	21 19	27.270					
2.	7 15	27.648	1.14	—	— 1.27	—	— 0.15
	10 47	27.816					
3a.	1 43	28.42					
	4 10	28.53					
Randa							
Sept. 21.	17 52	+ 1 9 38.94					
	19 36	38.24					
	20 38	37.810	— 10.15	+ 8.87	— 1.28	— 1.07	+ 0.21
	0 22	36.231					
27.	8 7	32.928	— 9.77	—	— 0.90	—	— 0.17
	11 47	31.436					
	17 56	28.98					
	19 37	28.33					
St. Niklaus							
Okt. 3.	19 14	+ 0 42 10.34					
	20 59	9.862	— 6.25	+ 6.01	— 0.24	— 0.70	— 0.46
	0 44	8.885					
4.	8 59	6.471	— 6.56	—	— 0.55	—	— 0.15
	12 31	5.505					
	20 04	3.291	— 6.40	—	— 0.39	—	— 0.31
	23 39	2.335					
5.	8 53	41 59.557	— 6.51	—	— 0.50	—	— 0.20
	12 24	58.603					
	19 45	56.531	— 6.19	—	— 0.18	—	— 0.52
	23 24	55.590					
Okt. 6.	8 50	52.753	— 6.37	—	— 0.36	—	— 0.34
	12 33	51.767					
	20 8	49.703	— 6.12	—	— 0.11	—	— 0.59
	23 51	48.755					

1902	Uhrzeit Nardin	Relat. Stand Nardin gegen Riefler	Relat. tägl. Gang Nardin gegen Riefler	Absol. tägl. Gang Riefler	Absol. tägl. Gang Nardin indirekt	Absol. tägl. Gang Nardin direkt	Differenz direkt minus indirekt
St. Niklaus							
	h m	h m s	s	s	s	s	s
Okt. 7.	8 32	+ 0 4 46.248					
			— 6.17	+ 6.01	— 0.16	— 0.70	— 0.54
	12 24	45.255					
8.a	2 46	41.34					
	5 22	40.69					
Visp							
Okt. 13.	18 14	— 2 26 34.34					
	20 18	34.41					
	21 1	34.435	— 0.57	+ 1.11	+ 0.54	+ 0.23	— 0 31
	0 59	34.530					
14.	9 21	34.864	— 0.71	—	0.40	—	— 0.17
	13 3	34.970					
	21 13	35.247	— 0.65	—	0.46	—	— 0.23
	0 58	35.348					
15.	9 27	35.714	— 0.89	—	0.22	—	+ 0.01
	13 12	35.853					
	22 8	36.22					
	0 3	36.30					

Die vorstehende Tabelle enthält in der letzten Kolonne die Differenzen zwischen den, aus der Vergleichung mit Riefler abgeleiteten und als „indirekt" bezeichneten, absoluten täglichen Gängen des Chronometers, die zur Reduktion der Schwingungszeiten verwendet wurden, und seinen, direkt aus den Zeitbestimmungen folgenden, durchschnittlichen Gängen. Diese Differenzen geben eine Vorstellung von der Grösse der Schwankungen des Chronometerganges. Bildet man für jede Station ihr Mittel, so erhält man:

Station	Differenz des absol. Ganges Nardin „direkt minus indirekt" s
Zermatt	— 0.20₅
Riffelberg	— 0.14
Bétempshütte . .	— 1.02*)
Schwarzsee . . .	— 0.18
Randa	+ 0.02
St. Niklaus . . .	— 0.39
Visp	— 0.17

*) Vergl. S. 69 und 70.

Die Differenz hat also fast durchweg negatives Zeichen, d. h. das Chronometer geht während der Zeit, wo es zu den Koinzidenzbeobachtungen benützt wird, nach gegenüber dem durchschnittlichen Gang im Intervall zwischen den beiden Zeitbestimmungen. Die Ursache liegt sehr wahrscheinlich darin, dass die Registriereinrichtung meist nur während der Dauer der Pendelmessungen eingeschaltet blieb.*) Es erscheint deshalb bei der Anwendung von Chronometern zu Pendelmessungen die Vorsicht geboten, entweder die Registriereinrichtung immer eingeschaltet zu lassen oder sie nur während der einige Sekunden dauernden Koinzidenzbeobachtung einzuschalten.

In etwas abweichender Art erfolgten die Messungen auf Gornergrat; da sich im Hotel kein zur Aufstellung der Pendelapparate und der Riefleruhr geeigneter Raum vorfand, wurden die Messungen im Beobachtungshäuschen, das zum Schutz dicht an das Stationsgebäude der Gornergratbahn gestellt wurde, vorgenommen. Das Chronometer wurde per Bahn nach Gornergrat gebracht, nachdem es mit der Riefleruhr auf Riffelberg verglichen worden war (Dauer der Fahrzeit ca. 20 Minuten). Nach der Messung von 2 Reihen wurde es wieder hinunter transportiert und sofort mit der Riefleruhr verglichen. Gerade in die Zeit der Messungen auf Gornergrat (Aug. 10. bis 13.) fällt eine starke Gangschwankung der Riefleruhr und des Chronometers. Auf keiner der übrigen Stationen weist Riefler eine Variation von auch nur annähernd gleicher Grösse auf, wie sich aus den reduzierten Schwingungszeiten unzweifelhaft ergibt. Es ist deshalb anzunehmen, dass diese Variation einem äussern Einfluss zur Last gelegt werden muss und nicht der Uhr selbst.

Der starken Gangänderung wegen dürfen zur Reduktion der Pendelmessungen auf Gornergrat nicht die durchschnittlichen Gänge benützt werden, da die Schwingungszeiten systematisch gefälscht würden. Aus den Uhrständen für Riefler am 9. 11. und 13. Aug. sind dazwischen liegende Stände auf numerischem und graphischem Weg interpoliert worden. Die numerische Interpolation stützt sich auf die Annahme, dass sich der Stand darstellen lasse durch den Ausdruck: $\triangle R = \triangle R_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2$

wo $\triangle R$ den für die Zeit t gewünschten Stand bezeichnet $_{\text{h}}$

$\triangle R_0$ den Stand zur Zeit $t = t_0 =$ 1902 VIII. 9.; 18,3

a und b Konstanten, die mit Hilfe der Uhrstände vom 11. und 13. VIII. zu bestimmen sind.

*) Vergl. Beschreibung der Registriereinrichtung, Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 46 und Tafel II, Fig. 2.

Die Rechnung ergibt folgenden, numerischen Ausdruck:

$$\Delta R = -5^h\ 15^m\ 30{,}94^s + 2{,}13^s\ (t-t_0) - 0{,}272^s\ (t-t_0)^2$$

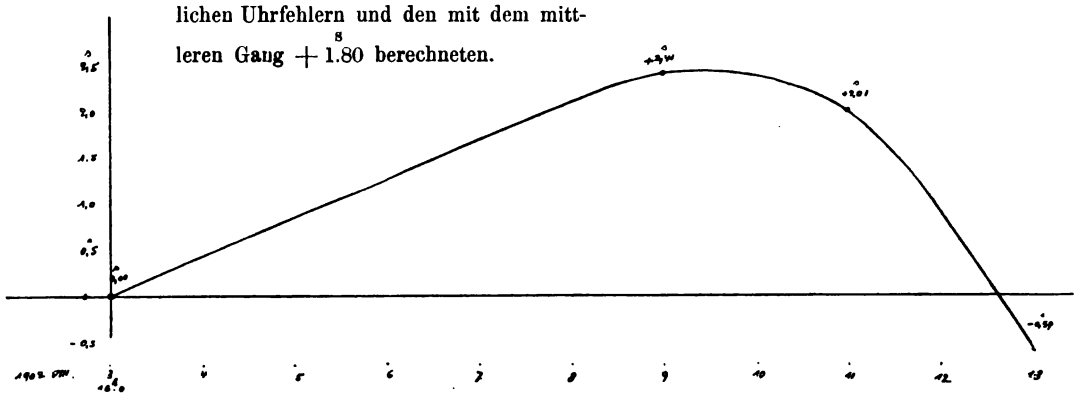
wenn $(t-t_0)$ in Tagen ausgedrückt wird.

Die graphische Ausgleichung*) legt unter Berücksichtigung des Uhrstandes vom 3. Aug. eine möglichst kontinuierlich verlaufende Kurve, indem die Zeit als Abscisse und die Uhrstände als Ordinaten aufgetragen werden.

Nach den beiden Verfahren ergeben sich für die Zeiten der Vergleichung zwischen Riefleruhr und Chronometer folgende Stände und Gänge:

1902	Uhrzeit Riefler	Stand Riefler aus graph. numer. Interpolation	Diff. „graph. minus numerisch“	Tägl. Gang Riefler aus graph.num. Interpol.	Tägl. Gang Mittel	Rel. Gang Nardin gegen Riefler	Abs. Gang Nardin
	h	h m s s	s	s	s	s	s
Aug. 9.	18.3	— 5 15 30.94 30.94	**0.00**				
10.	5.95	30.07 29.96	0.11	1.70	1.73	— 3.43	— 1.70
	15.4	29.40 29.27	0.13				
11.	4.2	28.56 28.38	0.18	1.39	1.22$_5$	— 2.84	— 1.61$_5$
	15.4	27.91 27.89	0.03				
	18.05	27.76 27.76	**0.00**				
12.	6.0	27.33 27.31	0.02	0.43	0.55$_5$	— 1.59	— 1.03$_5$
	15.5	27.16 27.04	0.12				
13.	4.3	26.97 26.82	0.15	0.38	0.26	— 1.67	— 1.41
	15.6	26.79 26.76	0.03				
	18.1	26.76 26.75	**0.01**				
			Mittel:	0.97	0.91		

*) Skizze der graphischen Ausgleichung.
Abscissen: Zeit.
Ordinaten: Abweichungen zwischen den wirklichen Uhrfehlern und den mit dem mittleren Gang $+1.80^s$ berechneten.



Zur Reduktion der Schwingungszeiten sind die in der letzten Kolumne stehenden, absol. tägl. Gänge Nardin benützt, die sich auf das Mittel der beiden Verfahren stützen. Das Mittel der Gänge ist nach dem graphischen Verfahren um 0.06^{s} grösser als das aus der numerischen Interpolation sich ergebende. Dieser Betrag hat auf die Schwingungsdauer der Pendel einen Einfluss von 4.10^{s-7}.

c) Die Korrektionen wegen Mitschwingens.

Die Reduktionen der Schwingungszeiten auf vollkommene Stabilität des Pendelstativs und des Untergrundes wurden nach dem S. 16 ff. angegebenen Verfahren bestimmt und nach der Formel

$$\Delta\tau = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{ms}{MS} \cdot \frac{\tau^2}{\pi}$$

berechnet. Die Bedingung gleicher Schwingungsdauer für das treibende und getriebene Pendel war bis auf 1.10^{s-5} erfüllt. Für diese Differenz der Schwingungszeiten beträgt die Abweichung vom Isochronismus nach 20 Min. andauerndem Schwingen erst 0.02^{s}.

Die Anwendung der obigen Formel erfordert zur Berechnung der q die gleichzeitige Kenntnis der Amplituden beider Pendel, was durch symmetrische Anordnung der Ablesungen und entsprechende Mittelbildung leicht erreicht wird. Die Versuchsanordnung war bei allen Bestimmungen folgende*):

Zur Zeit a^m		Auslösen der Schwingungen des Hilfspendels, nachdem das invariable vollständig beruhigt war.
$a^m + 3^m$	0^s	Ablesung der Amplitude des Hilfspendels
	20	„ „ „ „ invariablen Pendels
	40	„ „ „ „ „ „
	60	„ „ „ „ Hilfspendels
$a + 6$	0	Wiederholung
		etc.
		. . . . .
$a + 18$	60	Letzte Ablesung.

Bildet man die Mittel der entsprechenden Ablesungen innerhalb einer Minute, so beziehen sie sich auf den gleichen Zeitpunkt.

*) Nach einer der im Geod. Institut zu Potsdam gebräuchlichen Methoden.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY

Beobachtungsbeispiel.

Station Zermatt, 1902, Aug. 19.

Die Schwingungen des Hilfspendels werden ausgelöst um h m s 10 23 45 Uhrzeit Nardin; invariables Pendel No. 30.

Zeit	Umkehrpunkte der Skala des Koinzidenzapparates		Doppelte Amplitude in Skalenteilen	Mittel 2φ	Mittel 2ψ	$q = \frac{\psi}{\varphi}$*)
h m s						
10 27 0	+ 10.2	— 9.4	19.6	19.58		0.0268
20	+ 8.95	+ 9.45	0.5		0.525	
40	+ 8.9	+ 9.45	0.55			
60	+ 10.2	— 9.35	19.55			
30 0	10.0	— 9.2	19.2	19.15		0.0601
20	8.7	9.8	1.1		1.15	
40	8.6	9.8	1.2			
60	9.9	— 9.1	19.0			
33 0	9.8	— 9.0	18.8	18.7		0.0843
20	8.45	10.0	1.55		1.575	
40	8.4	10.0	1.6			
60	9.7	— 8.9	18.6			
36 0	9.6	— 8.8	18.4	18.25		0.1123
20	8.1	10.1	2.0		2.05	
40	8.1	10.2	2.1			
60	9.4	— 8.7	18.1			
39 0	9.35	— 8.6	17.95	17.88		0.1384
20	7.95	10.35	2.4		2.475	
40	7.95	10.4	2.45			
60	9.3	— 8.5	17.8			
42 0	9.2	— 8.4	17.6	17.53		0.1626
20	7.8	10.65	2.85		2.85	
40	7.8	10.63	2.83			
60	9.1	— 8.35	17.45			

Aus den Werten $\frac{\psi}{\varphi} = q$ ist der Faktor

$$\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}$$

zu berechnen; das kann durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate geschehen. Doch lohnt die aufgewendete Mühe

*) Mit dem Rechenschieber von 25 cm Länge berechnet.

den erzielten Genauigkeitsgewinn nicht. Es genügt, den gesuchten Wert durch Kombination der Grössen $\frac{\psi}{\varphi}$ abzuleiten. Eine einfache Untersuchung zeigt, dass man das grösste Gewicht erhält, wenn man den ersten Wert mit dem letzten, den zweiten mit dem fünften und den dritten mit dem vierten verbindet; die Gewichte werden den Quadraten der Zeitdifferenzen proportional. Man erhält demnach folgende Berechnung:

aus dem	$q_2 - q_1$	$t_2 - t_1$	$\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}$	Gewicht
		s		
1. und 6. Wert	0.1358	900	0.000 1510	25
2. „ 5. „	0.0783	540	1450	9
3. „ 4. „	0.0280	180	1556	1
Mittel			0.000 1495	

Für den Faktor

$$\frac{ms}{MS} \cdot \frac{\tau^2}{\pi}$$

erhält man aus

$$\frac{ms}{MS} = 0.534, \quad \tau_{30} = 0.5077^{s}$$

$$\frac{ms}{MS} \cdot \frac{\tau^2}{\pi} = 0.0438 = \frac{1}{22.8} = C;$$

somit wird

$$\triangle\tau = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \cdot C = 65{,}5^{s} \cdot 10^{-7}$$

Die zur Berechnung von C dienenden Grössen sind für die einzelnen Pendel:

Pendel	τ	$\frac{ms}{MS}$	C	$\frac{1}{C}$
	s			
30	0.5077	0.534	0.0438	22.8
31	5082	531	0437	22.9
32	5079	505	0415	24.1
64	5081	532	0437	22.9
Mittel	0.5080	0.526	0.0432	**23.1**

Da die Differenz der Mitschwingungskorrektionen zwischen der Referenzstation und Feldstation nur ausnahmsweise den Betrag von $15 \cdot 10^{s\ -7}$ übersteigt, entsteht durch die Benützung des Mittelwertes von C zur Berechnung von $\triangle\tau$ kein nennenswerter Fehler; er beträgt im Maximum $\pm 15 \frac{24{,}1 - 23{,}1}{23{,}1} 10^{-7} = \pm 0{,}6 \cdot 10^{s\ -7}$. In zulässiger Abwendung wurde für den Faktor C angenommen:

$$C = \frac{ms}{MS} \cdot \frac{\tau_2}{\pi} = \frac{1}{23{,}0};$$

die Mitschwingungskorrektion wird somit für alle 4 Pendel berechnet nach der Formel:

$$\triangle\tau = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{23}.$$

Für das obige Beispiel wird

$$\triangle\tau = 0{,}0001495 \cdot \frac{1}{23} = 65{,}0^{s} \cdot 10^{-7}$$

Die folgende Tabelle enthält die Resultate sämtlicher Mitschwingungsbestimmungen.

Mitschwingungskorrektionen.

Station	1902	$\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \times C$	Mittel m. F.	Bemerkungen
		$^{s}\ ^{-7}$		
Basel	Juni 23.	$55{,}7 \cdot 10$		Unterlagssteinplatte des Stativs auf Asphaltboden aufgegipst.
		57,6		
	24.	56,8		
	25.	54,9		
	Juli 1.	54,7	$55{,}6 \pm 0{,}4$	
		56,2		
	2.	53,0		
		55,7		
	Nov. 11.	56,6		Wie Juni 23. bis Juli 2.
		59,0		
	12.	54,5	$55{,}9 \pm 0{,}7$	
		54,7		
	14.	55,1		
		55,3		

Station	1902	$\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \times C$	Mittel m. F.	Bemerkungen
		s -7		
Basel	Dez. 15.	57,3 · 10		
	23.	58,7		
		58,5	58,5 ± 0,3	
	27.	58,5		
		59,3		
	28.	69,0		Stativ auf dem transportablen Steinpfeiler aufgestellt, der früher zu den Messungen im Feld benützt wurde.
		66,0		
	30.	63,5		
		67,4	67,0 ± 0,6	
	1903. Jan. 10.	68,2		
		67,2		
	12.	67,9		
		67,2		
Zermatt	1902. Juli 19.	65,0		Steinplatte auf Zementboden aufgegipst.
		63,2	63,5 ± 0,6	
	21.	63,8		
	22.	62,1		
Riffelberg	Juli 25.	67,2 Gew. 1		Unterlagsplatte auf dem mit roh zubehauenen Steinplatten belegten Boden aufgegipst.
		68,4	65,9 ± 0,9	
	26.	64,8 Gew. 2		
		65,2		
	Aug. 2.	63,6		Instrumente am 25. VII. aufgestellt; Beginn der Messungen am 26. VII.
		60,9	61,7 ± 0,8	
	5.	60,0		
		62,2		
Gornergrat	Aug. 7.	69,7		Steinplatte in das Erdreich gebettet.
		70,3		
	10.	72,6		
	11.	74,0		
		71,3	71,5 ± 0,6	
	12.	73,6		
	13.	70,5		
		70,3		
Bétempshütte	Aug. 20.	61,9		Steinplatte auf ein kleines Fundament gegipst.
		63,1	63,5 ± 0,6	
	21.	64,4		
		64,5		
Schwarzsee	Aug. 28.	63,1		Aufstellung ähnlich wie für Bétempshütte.
		60,3		
	31.	61,8		
	Sept. 1.	59,5	60,7 ± 0,6	
		58,5		
	3.	60,8		
		61,1		

Station	1902	$\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \times C$	Mittel m. F.	Bemerkungen
		$^{s}\ ^{-7}$		
Randa	Sept. 26.	84,3 · 10	83,1 ± 1,2	Der zur Mauerung des Fundamentes verwendete Zement ist nicht hart! Zur Reduktion wird verwendet: 1. Reihe am 26. IX. $\frac{83+67}{2}=75$
		81,9		
	27.	65,3	67,0 ± 1,2	2. „ „ 27. IX. 67
		69,3		
		66,7		
St. Niklaus	Sept. 30.	72,8	71,7	Boden mit Steinplatten belegt, darauf Unterlagsplatte aufgegipst. Instrumente am 30. IX. aufgestellt; Beginn der Messungen am 3. X. Zur Reduktion wird der Wert 66 verwendet.
		70,6		
	Okt. 3.	68,3	66,0 ± 0,8	
		65,3		
	6.	65,6		
		64,8		
Visp	Okt. 13.	64,8	63,5 ± 0,6	Steinplatte auf Zementboden aufgegipst.
		65,8		
	15.	62,7		
		62,3		
	16.	62,1		
		63,4		

Die angegebenen m. F. der Mittel sind berechnet aus den Abweichungen der Einzelwerte von ihrem Mittel. Summiert man die Quadrate der Abweichungen $\triangle$ getrennt für Basel und für die Feldstationen, so erhält man:

1. Basel: Summe der Quadrate der Abweichungen $\Sigma(\triangle\triangle) = {}^{s}45{,}44 \cdot \left[{}^{-7}10\right]^2$ und hieraus für den m. F. der einmaligen Bestimmung der Mitschwingungskorrektion (4 Mittelwerte und 27 Einzelwerte):

$$m = \pm\sqrt{\frac{45{,}44}{27-4}} \cdot {}^{-7}10 = \pm\, {}^{s}1{,}4 \cdot {}^{-7}10$$

2. Feldstationen: Summe der Quadrate der Abweichungen $\Sigma(\triangle\triangle) = {}^{s}84{,}2 \cdot \left[{}^{-7}10\right]^2$ und hieraus bei 10 Mittelwerten und 45 Einzelwerten:

$$m = \pm\sqrt{\frac{84{,}2}{45-10}} \cdot {}^{-7}10 = \pm\, {}^{s}1{,}55 \cdot {}^{-7}10$$

Bei n Bestimmungen beträgt also der m. F. der Mitschwingungskorrektion

$$\pm \frac{1{,}55}{\sqrt{n}} \cdot 10^{-7}\ \text{s}$$

d) Das Beobachtungsmaterial und seine Reduktion.

Die beobachteten Schwingungszeiten werden nach folgendem Ausdruck reduziert:

$$S = S' + \triangle A + \triangle u + \triangle \tau + \triangle D + \triangle S'$$

Hierin ist:

$S' = \frac{c}{2c-1}$ die aus der beobachteten Koinzidenzdauer c berechnete Schwingungszeit.

$\triangle A = -S' \frac{A^2}{16}$ die Reduktion auf unendlich kleinen Schwingungsbogen nach Seite 8.

$\triangle u = 58{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{s} \cdot u$, wo u der tägliche Gang der Beobachtungsuhr.

$\triangle \tau = -m\tau + n \frac{d\tau}{dt}$, wo m die stat. Temperaturkonstante.
n die dynam. Temperaturkonstante.
τ die Temperatur.
$\frac{d\tau}{dt}$ die stündliche Temperaturänderung (Seite 10 ff.).

$\triangle D = -551{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{s} \cdot D$, wo D die Luftdichte (Seite 13 f.).

$\triangle S' = -\frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{23}$ (Seite 42).

Die Tabellen, welche das Beobachtungsmaterial und seine Reduktion enthalten, werden in einer spätern, ausführlichen Publikation gegeben werden; hier folge nur die vollständige Beobachtung einer Schwingungszeit samt der Reduktion.

Einige Minuten vor dem Beginn wird das Pendel in Schwingung versetzt. Dann folgen die Ablesungen an Barometer, Thermometer und Skala. Hierauf werden die ersten 12 Koinzidenzen beobachtet. Aus dem 10fachen Koinzidenzintervall wird die Zeit der 61. Koinzidenz vorausberechnet. Nach der Beobachtung der 61. bis 70. Koinzidenz werden die Ablesungen an Barometer, Thermometer und Skala in umgekehrter Reihenfolge wiederholt.

Station Zermatt, 21. VII. 1902, 7¼ MEZa. Pendel Nr. 31.

Uhrzeit	Barometer Temp.	Aneroid.	Thermometer Pendel	Woytacek	Skala	Amplitude Mittel
h m					p	p p
Beginn 2 34	14.0	627.2 mm	12.36	10.10	10.0 —	10.0 10.0
Schluss 3 14	14.0	627.2 „	12.40	10.06	7.8 —	8.1 7.95
					p	p p
Mittel		627.2	12.38	10.08	8.9 —	9.05 8.98
Korrigierte Werte .		623.2 mm	12.22°	12.45°	19.′7	20.′0 19.′8

	Koinzidenzen		Koinzidenzen		60fache Koinzidenzdauer
	h m s		h m s		m s
1.	2 37 17.4	61.	3 7 48.4		30 30.6
2.	47.5	62.	8 17.8		30.3
3.	38 18.2	63.	49.0		30.8
4.	48.4	64.	9 18.7		30.3
5.	39 19.3	65.	50.0		30.7
6.	49.3	66.	10 19.7		30.4
7.	40 20.3	67.	51.1		30.8
8.	50.6	68.	11 20.8		30.2
9.	41 21.3	69.	52.1		30.8
10.	51.5	70.	12 21.8		30.3
11.	42 22.5				
12.	52.4				
10. Koinz. =	5 5.0				
50. Koinz. =	25 25.0				
61. Koinz. =	3 7 47.5				

Mittel $60c = 30^m\ 30.52^s$

$c = 30.5087^s$

Distanz Pendelspiegelskala 2.34 m

1 p der Skala = 2.′21

Korrektion des Barometers wegen Teilung u. Temperatur — 0.7 mm wegen Stand — 3.3 „

$S' = 0{,}5083\ 310^s$

$A = 19.'8$ $\quad \triangle A = -11 \cdot 10^{-7}$

$\tau = 12{,}22$ $\quad \triangle \tau = -mt = -542$

$\frac{d\tau}{dt} = +0{,}06$ $\quad +n\frac{d\tau}{dt} = +2$

$D = 0{,}785$ $\quad \triangle D = -433$

$u = -1{,}42^s$ $\quad \triangle u = -83$

$\triangle S' = -63$

ΣReduktion $= -1130$

$S = 0{,}5082\ 180^s$

Zusammenstellung der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}	Schwingungsdauer des mittl. Pendels s_m	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
			0.50...							
Basel . . .	Juni 23.	75 302	80 776	77 753	80 066	0.5078 474	+ 3 172	− 2 302	+ 721	− 1 592
	24.	306	789	748	054	474	168	315	726	580
	24.	276	773	742	058	462	186	311	720	596
	25.	283	778	737	054	463	180	315	726	591
	26.	290	781	751	055	469	179	312	718	586
	27.	289	796	751	053	472	183	324	721	581
	27.	284	796	748	057	471	187	325	723	586
	28.	291	791	742	059	471	180	320	729	588
	29.	284	791	754	067	474	190	317	720	593
	30.	287	783	757	050	469	182	314	712	581
	30.	280	790	754	064	472	192	318	718	592
	Juli 1.	290	783	749	042	466	176	317	717	576
	2.	284	796	744	045	467	183	329	723	578
	2.	280	791	745	053	467	187	324	722	586
	3.	275	780	746	048	462	187	318	716	586
	3.	278	784	745	045	463	185	321	718	582
	Mittel	**286**	**786**	**748**	**054**	**469**	**183**	**317**	**721**	**585**
	M. F. des Mittels	± 2.1	± 1.8	± 1.3	± 1.8	± 1.1	± 1.6	± 1.6	± 1.1	± 1.5

Zusammenstellung der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}	Schwingungsdauer des mittl. Pendels s_m	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
			0.50...							
Basel . . .	Nov. 12.	75 221	80 789	77 737	80 050	0.5078 449	+ 3 228	− 2 340	+ 712	− 1 601
	12.	216	776	755	040	447	231	329	692	593
	13.	219	802	729	064	453	234	349	724	611
	13.	212	779	748	063	451	239	328	703	612
	Dez. 24.	211	765	754	050	445	234	320	691	605
	24.	204	782	747	068	450	246	332	703	618
	26.	214	794	736	060	451	237	343	715	609
	26.	209	778	734	056	444	235	334	710	612
	27.	198	774	743	061	444	246	330	701	617
	27.	203	779	734	055	443	240	336	709	612
	29.	205	778	736	055	444	239	334	708	611
	29.	187	783	754	069	448	261	335	694	621
	30.	210	784	745	057	449	239	335	704	608
	30.	203	785	739	056	446	243	339	707	610
	31.	223	772	739	048	446	223	326	707	602
	31.	223	777	731	057	447	224	330	716	610
	Mittel	**210**	**781**	**741**	**057**	**447**	**237**	**334**	**706**	**610**
	M. F. des Mittels	**± 2.4**	**± 2.2**	**± 2.1**	**± 1.9**	**± 0.7**	**± 2.3**	**± 1.7**	**± 2.2**	**± 1.7**

Zusammenstellung der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31}	s_{32} 0.50...	s_{64}	Schwingungsdauer des mittl. Pendels s_m	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
Zermatt . .	Juli 21.	76 680	82 180	79 152	81 474	0.5079 871	+3 191	−2 309	+719	−1 603
	21.	674	189	136	457	864	190	325	728	593
	22	667	178	159	471	869	202	309	710	602
	22.	654	182	139	461	859	205	323	720	602
		669	**182**	**147**	**466**	**866**	**197**	**316**	**719**	**600**
Riffelberg .	Juli 26.	77 103	82 612	79 570	81 904	0.5080 297	+3 194	−2 315	+727	−1 607
	26.	092	592	563	897	286	194	306	723	611
	31.	050	574	547	871	261	211	313	714	610
	Aug. 1.	100	604	553	880	284	184	320	731	596
	2.	082	592	550	871	274	192	318	724	597
	3.	103	620	567	916	301	198	319	734	615
		088	**599**	**558**	**890**	**284**	**196**	**315**	**726**	**606**
Gornergrat .	Aug. 10.	77 343	82 866	79 809	82 142	0.5580 540	+3 197	−2 326	+731	−1 602
	11.	347	870	816	152	546	199	324	730	606
	12.	321	862	808	155	536	215	326	728	619
	13.	332	865	797	132	531	199	334	734	601
		336	**866**	**807**	**145**	**538**	**202**	**328**	**731**	**607**

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Zusammenstellung der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31} s_{32} 0.50 . . .	s_{64}	Schwingungsdauer des mittl. Pendels s_m	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
Bétempshütte	Aug. 20.	77 187	82 739 79 736	82 109	0.5080 443	+ 3 256	− 2 296	+ 707	− 1 666
	21.	224	755 715	033	432	208	323	717	601
		205.5	**747 725.5**	**071**	**437.5**	**232**	**310**	**712**	**634**
Schwarzsee .	Aug. 30.	77 076	82 615 79 558	81 901	0.5080 287	+ 3 211	− 2 328	+ 729	− 1 614
	31.	117	596 553	883	287	170	309	734	596
	31.	089	593 551	883	279	190	314	728	604
	Sept. 1.	122	594 543	872	283	161	311	740	589
	1.	082	601 565	871	280	198	321	715	591
	1.	084	601 533	877	274	190	327	741	603
		095	**600 551**	**881**	**282**	**187**	**318**	**731**	**599**
Randa . .	Sept. 26.	76 599	82 124 79 080	81 412	0.5079 804	+ 3 205	− 2 320	+ 724	− 1 608
	27.	624	101 083	416	806	182	295	723	610
		612	**113 082**	**414**	**805**	**193**	**308**	**723**	**609**

Zusammenstellung der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31} 0.50...	s_{32} 0.50...	s_{64}	Schwingungsdauer des mittl. Pendels s_m	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
St. Niklaus .	Okt. 3.	76 442	81 980	78 957	81 284	0.5079 666	+ 3 224	— 2 314	+ 709	— 1 618
	4.	457	993	947	266	666	209	327	719	600
	4.	448	989	952	279	667	219	322	715	612
	5.	456	999	950	281	672	216	327	722	609
	5.	445	995	954	288	671	226	324	717	617
	6.	439	991	948	284	666	227	325	718	618
	6.	446	992	964	278	670	224	322	706	608
	7.	456	997	944	282	670	214	327	726	612
		449	**992**	**952**	**280**	**668.5**	**220**	**324**	**716**	**612**
Visp . . .	Okt. 13.	76 120	81 866	78 636	80 981	0.5079 356	+ 3 236	— 2 330	+ 720	— 1 625
	14.	141	700	659	963	366	225	334	707	597
	14.	156	672	650	957	359	203	313	709	598
	15.	149	710	642	973	368	219	342	726	605
		142	**692**	**647**	**969**	**362**	**221**	**330**	**715**	**606**

Zusammenstellung der Stationsmittel der reduzierten Schwingungszeiten.

Station	Datum 1902	s_{30}	s_{31} 0.50...	s_{32}	s_{64}	s_m 0.50	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
Basel . . .	Juni 23.—Juli 3.	75 286	80 786	77 748	80 054	78 469	+ 3 183	— 2 317	+ 721	— 1 585
Zermatt . .	Juli 21.—22. .	76 669	82 182	79 147	81 466	79 866	197	316	719	600
Riffelberg . .	Juli 26.—Aug. 3.	77 088	82 599	79 558	81 890	80 284	196	315	726	606
Gornergrat .	Aug. 10.—13. .	77 336	82 866	79 807	82 145	80 538	202	328	731	607
Bétempshütte	Aug. 20.—21. .	77 206	82 747	79 726	82 071	80 438	232	310	712	634
Schwarzsee .	Aug. 30.—Sept. 2.	77 095	82 600	79 551	81 881	80 282	187	318	731	599
Randa . . .	Sept. 26.—27. .	76 612	82 113	79 082	81 414	79 805	193	308	723	609
St. Niklaus .	Okt. 3.—7. . .	76 449	81 992	78 952	81 280	79 669	220	324	716	612
Visp . . .	Okt. 13.—15. .	76 142	81 692	78 647	80 969	79 362	221	330	715	606
Basel . . .	Nov.—Dez. . .	75 210	80 781	77 741	80 057	78 447	237	334	706	610

III. Diskussion der Beobachtungen.

a) Untersuchung der Fehler.*)

Die Berechnung der relativen Schwere aus den reduzierten Schwingungszeiten beruht auf der Annahme unveränderlicher Länge der Pendel. Eine Prüfung, wie weit diese Annahme zutrifft, oder nicht, kann mit Erfolg erst in Angriff genommen werden, nachdem der Genauigkeitsgrad des Endresultates einer Station festgestellt ist.

Die Fehler, welche dem Endwert der reduzierten Schwingungszeit einer Station anhaften, teilen wir in zwei Gruppen; als innere Fehler fassen wir alle bei der Beobachtung auf der Station begangenen Fehler zusammen, als äussere die aus fehlerhaften Werten der Reduktionsgrössen entspringenden.

Die inneren Fehler sind teils zufällig, teils konstant; als zufällig bezeichnen wir, wie üblich, alle jene Fehler, die von einer Einzelbeobachtung zur andern nach Grösse und Vorzeichen wechseln können; hieher rechnen wir alle Fehler in der Beobachtung der Koinzidenzmomente, die Fehler der Ablesung an Thermometer und Barometer, kurz dauernde Unregelmässigkeiten im Chronometergang etc.; zu den konstanten Fehlern rechnen wir die Wirkungen aller Fehlerursachen, welche eine Anzahl aufeinanderfolgender Beobachtungswerte in systematischer oder einseitiger Weise beeinflussen.

Das angewendete Beobachtungsverfahren lässt von vorneherein das Vorhandensein zweierlei konstanter Fehler erwarten. Die Vergleichungen des Chronometers mit der Riefleruhr gestatten nur einen Durchschnittswert des Ganges in dem von zwei Vergleichungen eingeschlossenen Zeitintervall abzuleiten; der wirkliche Gang während der Beobachtung eines einzelnen Pendels kann vom Durchschnittswerte erheblich abweichen. Durch die gleichmässige Verteilung

*) Vergl. Veröff. des Kgl. Preuss. Geodät. Institutes, Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft etc., 1896, pag. 148 ff., pag. 277 ff.; idem, 1902, pag. 130 ff.

der Einzelbeobachtungen auf das Gesamtintervall wird bewirkt, dass wenigstens die der Zeit proportionale Gangänderung aus dem Mittel der vier Schwingungszeiten einer Reihe fortfällt. Während also die Schwingungszeiten S_a, S_b, S_c, S_d der einzelnen Pendel mit konstanten oder systematischen Fehlern behaftet sind, ist ihr Mittel von denselben frei.

Analog entspringt ein zweiter konstanter Fehler daraus, dass die Zeitbestimmungen nur einen Durchschnittswert für den Gang der Riefleruhr liefern, von welchem der Gang zwischen zwei Uhrvergleichungen verschieden sein kann. Die gleichmässige Verteilung der Beobachtungsreihen auf das gesamte zwischen zwei Zeitbestimmungen liegende Intervall bewirkt auch hier, dass das Endmittel aller Reihen frei wird von den Fehlern, welche die sämtlichen Einzelwerte derselben Reihe in gleichem Masse entstellen, wenigstens insoweit als die Gangänderungen von Reihe zu Reihe der Zeit proportional oder in täglicher Periode erfolgen.

Hiernach erscheint der innere Fehler einer Einzelbeobachtung aus 3 Teilen zusammengesetzt:

1. der Resultante aller zufälligen Fehler μ
2. dem systematischen Fehler des Chronometerganges ν
3. dem konstanten Fehler des Ganges der Riefleruhr $\varkappa$.

Liegt eine Anzahl gleichartiger und von einander unabhängiger Beobachtungswerte der Schwingungszeit vor, welche gleichmässig auf die einzelnen Pendel und die verschiedenen Reihen verteilt sind, so kann der in üblicher Weise aus den Abweichungen $v_1\ v_2 \ldots . v_n$

der Einzelwerte . . . . . $S_1\ S_2 \ldots S_n$

von ihrem Gesamtmittel . . . . . S

berechnete mittlere Fehler m des Einzelwertes

$$m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}}$$

dargestellt werden in der Form:

$$m^2 = \mu^2 + \nu^2 + \varkappa^2.$$

Zur Beurteilung der Genauigkeit der Messungen ist es notwendig, den rein zufälligen Fehler μ von den beiden andern zu trennen. Das kann man durch geeignete Vergleichung der Beobachtungswerte erreichen. Es seien auf einer Station n Reihen beobachtet; man habe also folgende reduzierte Schwingungszeiten der Pendel a, b, c, d bestimmt:

Pendel	a	b	c	d	Mittel
Reihe 1. . . .	S_a^1	S_b^1	S_c^1	S_d^1	S_m^1
2. . . .	S_a^2	S_b^2	S_c^2	S_d^2	S_m^2
3. . . .	S_a^3	S_b^3	S_c^3	S_d^3	S_m^3
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
n . . .	S_a^n	S_b^n	S_c^n	S_d^n	S_m^n
Mittel	S_a^m	S_b^m	S_c^m	S_d^m	S

Jedes einzelne S ist nach den obigen Annahmen mit allen 3 Fehlern μ, ν, x behaftet, die Mittel S_m dagegen sind frei vom Fehler ν, die Mittel S^m und das Endmittel S frei vom Fehler x.

Bildet man für jedes Pendel die Abweichungen

$$S^m - S^1 = v_1$$
$$S^m - S^2 = v_2$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$S^m - S^n = v_n,$$

so besteht zwischen der Summe der Quadrate der Abweichungen und dem m. F. m der einzelnen Schwingungszeit die Beziehung:

$$(n - 1)\ m^2 = (n - 1)\ (\mu^2 + \nu^2 + x^2) = [v\,v],$$

oder wenn man die für die 4 Pendel gültigen Gleichungen summiert:

$$4\ (n - 1)\ (\mu^2 + \nu^2 + x^2) = [v\,v],$$

wo unter $[v\,v]$ die Summe der Quadrate aller Abweichungen v einer Station zu verstehen ist.

Eine analoge Gleichung erhält man für die 2te, 3te .. r^{te} Station; die Summe aller dieser Gleichungen ist:

$$4\ ([n] - r)\ (\mu^2 + \nu^2 + x^2) = \Sigma\,[v\,v]$$

oder

$$\mu^2 + \nu^2 + x^2 = \frac{\Sigma\,[v\,v]}{4\ ([n] - r)} \qquad \text{I.}$$

Führt man die entsprechende Rechnung mit den Reihenmitteln S_m und dem Endmittel S aus, indem man die Abweichungen bildet

$$S - S_m^1 = V_1$$
$$S - S_m^2 = V_2$$
$$S - S_m^3 = V_3$$
$$\ldots\ldots$$
$$S - S_m^n = V_n,$$

so besteht die Gleichung:

$$(n-1)\,m_1^2 = [VV],$$

wo m_1 der m. F. eines S_m ist. Nach unsern Annahmen ist aber zu setzen

$$m_1^2 = \frac{\mu^2}{4} + \varkappa^2;$$

also wird

$$(n-1)\left(\frac{\mu^2}{4} + \varkappa^2\right) = [VV]$$

und wenn man über alle r Stationen summiert:

$$([n]-r)\left(\frac{\mu^2}{4} + \varkappa^2\right) = \Sigma[VV]$$

oder

$$\frac{\mu^2}{4} + \varkappa^2 = \frac{\Sigma[VV]}{[n]-r} \qquad \text{II.}$$

Damit die Fehler μ, ν, $\varkappa$ getrennt und berechnet werden können, ist noch eine dritte Gleichung notwendig. Sie kann abgeleitet werden, wenn durch entsprechende Kombination der Beobachtungswerte $\varkappa$ eliminiert wird. Da nach der Annahme der Fehler $\varkappa$ für die einzelne Reihe konstant ist, so fällt er in den folgenden Differenzen heraus:

$S_m^1 - S_a^1$,	$S_m^1 - S_b^1$,	$S_m^1 - S_c^1$,	$S_m^1 - S_d^1$
$S_m^2 - S_a^2$,	$S_m^2 - S_b^2$,	$S_m^2 - S_c^2$,	$S_m^2 - S_d^2$
.....	.....	.....	.....
$S_m^n - S_a^n$,	$S_m^n - S_b^n$,	$S_m^n - S_c^n$,	$S_m^n - S_d^n$
Mittel $S - S_a^m$,	$S - S_b^m$,	$S - S_c^m$,	$S - S_d^m$

Bildet man nun für jede Kombination die Abweichungen:

$$(S - S_a^m) - (S_m^1 - S_a^2) = v_1$$
$$(S - S_a^m) - (S_m^2 - S_a^1) = v_2$$
etc.

so gilt für jede Kombination die Gleichung:

$$(n-1)\,m_2^2 = [v\,v],$$

wo m_2 der m. F. der einzelnen Differenz $S_m - S$ ist. Da der konstante Fehler $\varkappa$ nicht in Betracht kommt, hat diese Differenz als Quadrat des m. F.:

$$m_2^2 = \frac{\mu^2}{4} + (\mu^2 + \nu^2) = \frac{5\mu^2}{4} + \nu^2.$$

Es ist also

$$(n-1)\left(\frac{5\mu^2}{4} + \nu^2\right) = [v\,v].$$

Addiert man wieder die den 4 Kombinationen entsprechenden Ausdrücke, so ist zu beachten, dass die einzelnen Differenzen

$$S_m - S_a,\ S_m - S_b\ S_m - S_c,\ S_m - S_d$$

nicht unabhängig von einander sind, sondern Abweichungen von einem Mittelwert sind; man hat also für die Summe zu setzen

$$(4-1)(n-1)\left(\frac{5\mu^2}{4}+\nu^2\right)=[vv]$$

wo [v v] nun die Summe der Quadrate der Abweichungen für alle 4 Kombinationen ist.

Summiert man wieder über alle r Stationen, so erhält man:

$$\frac{5}{4}\mu^2+\nu^2=\frac{\Sigma[vv]}{3([n]-r)} \qquad \text{III.}$$

Setzt man

$$\frac{\Sigma[\upsilon\upsilon]}{4([n]-r)}=a;\qquad \frac{\Sigma[VV]}{[n]-r}=b;\qquad \frac{\Sigma[vv]}{3([n]-r)}=c;$$

so erhält man zur Bestimmung von μ, ν, $\varkappa$ folgende Gleichungen:

1. Aus der Vergleichung der einzelnen S mit ihrem entsprechenden Mittel . $\mu^2+\nu^2+\varkappa^2=a$ I.
2. Aus der Vergleichung der einzelnen S_m mit ihrem Stationsmittel . . . $\frac{\mu^2}{4}+\varkappa^2=b$ II.
3. Aus der Vergleichung der 4 Differenzen $S_m - S$ mit den entsprechenden Mitteln $\frac{5}{4}\mu^2+\nu^2=c$ III.

} (α)

Die Auflösung ergibt:

$$\begin{aligned} 2\mu^2 &= 4(b+c-a)\\ 2\nu^2 &= 5(a-b)-3c\\ 2\varkappa^2 &= a+b-c \end{aligned} \qquad (\beta)$$

Man erhält nur reelle Werte für die m. F. wenn:

$$\begin{aligned} \text{für } \mu &\quad b+c>a\\ \nu &\quad a>b+\frac{3}{5}c\\ \varkappa &\quad a+b>c \end{aligned} \qquad (\nu)$$

Für die Summen der Quadrate der verschiedenen Abweichungen erhält man aus den Tabellen auf S. 47 bis 51 folgende Zahlenwerte (in Einheiten von $1\cdot 10^{-14}$ s):

Station	n	[v v] 30	31	32	64	Σ	[V V]	[v v] 30	31	32	64	Σ
Zermatt . .	4	375	69	354	195	993	87	174	228	163	66	631
Riffelberg .	6	2090	1358	460	1743	5651	1091	397	135	247	296	1075
Gornergrat .	4	411	33	186	327	957	121	212	60	19	206	497
Bétempshütte	2	685	128	221	2888	3922	61	1152	365	50	2113	3680
Schwarzsee .	6	1900	328	637	605	3470	128	1680	336	459	439	2914
Randa . . .	2	313	265	5	8	591	2	265	313	1	2	581
St. Niklaus .	8	337	238	282	302	1159	46	291	136	300	266	993
Visp . . .	4	570	824	299	340	2033	97	569	449	246	507	1771
Summe	36	6681	3243	2444	6408	**18776**	**1633**	1740	2022	1485	3895	**12142**
Basel, Juni bis Juli 1902 .	16	1101	816	428	824	3169	288	621	636	274	528	2059
Basel, Nov. bis Dez. 1902 .	16	1430	1157	1043	853	4483	135	1299	730	1184	712	3925

Behandelt man die Feldstationen getrennt von Basel, so ergibt sich:

$$[n] = 36 \qquad [n] - r = 28$$
$$4([n] - r) = 112$$
$$r = 8 \qquad 3([n] - r) = 84$$
$$\Sigma[v\,v] = 18\,776 \qquad a = 167{,}6 \qquad \mu^2 = 70{,}4$$
$$\Sigma[V\,V] = 1\,633 \qquad b = 58{,}3 \qquad \nu^2 = 56{,}5$$
$$\Sigma[v\,v] = 12\,142 \qquad c = 144{,}5 \qquad \varkappa^2 = 40{,}7;$$

d. h. der mittlere zufällige Fehler der Bestimmung einer Schwingungsdauer im Feld beträgt:

$$\mu = \pm \mathbf{8{,}4} \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Wegen der Anwendung des Chronometers wird der Fehler vergrössert auf:

$$\pm\sqrt{\mu^2 + \nu^2} = \pm 11{,}3 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Die Gangschwankungen der Riefleruhr vergrössern ihn nochmals auf

$$\pm\sqrt{\mu^2 + \nu^2 + \varkappa^2} = \pm 12{,}9 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Unter der Voraussetzung, dass sich die systematischen Fehler ν und $\varkappa$ im Endmittel vollständig heben, wird das Quadrat des m. F. einer Station, wo n Reihen beobachtet sind:

$$m^2 = \frac{70{,}4}{4n} = \frac{17{,}6}{n}$$

Demnach ist zu erwarten:

für $n = 2$	$m = \pm 3{,}0$	Einh. der 7. Dez.
$n = 4$	$\pm 2{,}1$	
$n = 6$	$\pm 1{,}7$	
$n = 8$	$\pm 1{,}5$	

In Basel ist im Juni—Juli 1902 die Riefleruhr zu den Koinzidenzbeobachtungen verwendet worden, im November—Dezember dagegen das Chronometer. Die verschiedene Art der Beobachtung macht es notwendig, die Fehlerberechnung getrennt auszuführen.

Für die Beobachtungen Juni—Juli 1902 ist wegen der Benützung der Riefleruhr die Annahme des Fehlers ν hinfällig; dagegen bleibt der Fehler x bestehen, da der Gang aus täglichen Vergleichungen mit Knoblich abgeleitet wurde und überdies ein Teil der Messungen, ähnlich wie im Feld, gleichmässig über je 24h sich verteilt.

Aus $\Sigma[\upsilon\upsilon] = 3169$

$\Sigma[VV] = 268$

$\Sigma[vv] = 2059$

folgt mit $n = 16$, $r = 1$ für Basel Juni—Juli:

$$\mu^2 + x^2 = 52{,}8$$

$$\frac{\mu^2}{4} + x^2 = 19{,}2$$

$$5\frac{\mu^2}{4} = 45{,}8$$

Aus den beiden ersten Gleichungen wird:

$\mu^2 = 44{,}8$	$x^2 = 8{,}0$
$\mu = \pm 6{,}7$	$x = \pm 2{,}8$

Die dritte Gleichung ergibt in guter Übereinstimmung für μ den Wert:

$$\mu = \pm 6{,}0.$$

Für die Messungen Basel, November—Dezember 1902, bleibt der Fehler ν bestehen; man hat also:

$\Sigma[\upsilon\upsilon] = 4483$,	$a = 74{,}7$,
$\Sigma[VV] = 135$,	$b = 9{,}0$,
$\Sigma[vv] = 3925$,	$c = 87{,}2$.

Die Bedingung $a + b > c$, damit x reell wird, ist nicht erfüllt, d. h. man hat trotz dem grossen Intervall von 9 Tagen zwischen den beiden Zeitbestimmungen (Dez. 23 bis 32, 1902) keine Variationen des täglichen Ganges anzunehmen, oder, mit andern Worten, die Gänge von Knoblich (und Riefler) sind mittelst des Barometer-

koeffizienten richtig für die einzelnen Tage interpoliert worden. Lässt man demnach hier die Annahme des Fehlers x fallen, so wird

$$\mu^2 + \nu^2 = 74{,}7,$$
$$\frac{\mu^2}{4} \quad = 9{,}0,$$
$$5\frac{\mu^2}{4} + \nu^2 = 87{,}2.$$

Aus den beiden ersten Gleichungen folgt:

$$\mu^2 = 36{,}0, \qquad \nu^2 = 38{,}7,$$
$$\mu^2 = \pm 6{,}0, \qquad \nu^2 = \pm 6{,}2,$$

während die zweite und dritte gibt:

$$\mu = \pm 6{,}0, \qquad \nu = \pm 6{,}5.$$

Bestimmt man die Genauigkeit der Schwingungszeiten für Basel ohne Rücksicht darauf, dass sich im Mittel systematische Fehler heben, so ist der resultierende Fehler als obere Grenze der zu befürchtenden Unsicherheit anzusehen; es wird dann der m. F. m des Mittels für ein Pendel:

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma[\nu\nu]}{4n(n-1)}};$$

Basel: Juni—Juli 1902: $m = \pm\sqrt{\frac{3169}{4 \cdot 16.15}} = \pm 1{,}8,$

Nov.—Dez. 1902: $m = \pm\sqrt{\frac{4483}{4 \cdot 16.15}} = \pm 2{,}1.$

Für das Mittel der 4 Pendel folgt daraus als m. F. des Endmittels:

Juni—Juli 1902: $\pm 0{,}9,$
Nov.—Dez. 1902: $\pm 1{,}1.$

Aus der Vergleichung der Reihenmittel mit dem Endmittel ergibt sich für dessen m. F.

Juni—Juli 1902: $\pm\sqrt{\frac{19{,}2}{16}} = \pm 1{,}1,$

Nov.—Dez. 1902: $\pm\sqrt{\frac{9{,}0}{16}} = \pm 0{,}8.$

Die äussern Fehler. Mit Ausnahme der Amplitudenreduktion haben alle Reduktionen die Form:

$$R = C \times F,$$

wo C die Reduktionskonstante bedeutet und F eine Grösse, die durch Beobachtung bestimmt werden muss. Da beide Faktoren von R

fehlerhaft sein können, beträgt der Gesamtfehler $\triangle R$ der Reduktionsgrösse

$$\triangle R = \pm F \triangle C \pm C \triangle F$$

oder

$$\triangle R^2 = (F \triangle C)^2 + (C \triangle F)^2$$

Für den Faktor F von $\triangle C$ ist nicht sein voller Betrag, sondern nur die Differenz der Werte für Feld- und Referenzstation in Rechnung zu stellen, weil zur Ableitung der Schwerewerte bloss die Differenzen der Schwingungszeiten dienen. Für $\triangle C$ ist die Unsicherheit der Reduktionskonstanten, für $\triangle F$ die mutmassliche Abweichung der beobachteten Werte von den wahren einzuführen.

1. Der Fehler der Reduktion auf unendlich kleine Amplitude darf als verschwindend vernachlässigt werden.

2. Der Fehler der Temperaturreduktion. Die folgende Zusammenstellung enthält die Daten, die zur Berechnung des ersten Teiles $F \triangle C$ nötig sind; sie gestatten zugleich eine Schätzung des zweiten Teiles $C \triangle F$. Für die Unsicherheit der Sterneck'schen Temperaturkonstanten wird angenommen $\triangle C = \pm 0{,}20 \cdot 10^{-7}$.*)

	Mittlere Pendeltemperatur 1. Pendeltherm.	2. Woytacektherm.	Stündl. Temper.-Änderung	Differenz der Temperatur Feldst. — Basel 1. Pendeltherm.	2. Woytacektherm.	$F \triangle C$ $\pm$	Differenz 1. minus 2.
Basel							
Juni—Juli .	17.21°	17.43°	+ 0.07°				
Nov.—Dez. .	12.80	12.95	+ 0.05				
Mittel	15.00	15.19	+ 0.06				— 0.19
Zermatt . . .	12.24	12.38	+ 0.04	— 2.76	— 2.81	0.6	+ 0.05
Riffelberg . .	8.68	9.13	+ 0.15	— 6.32	— 6.06	1.3	— 0.26
Gornergrat . .	2.00	—	+ 0.28	— 13.00	—	2.6	—
Bétempshütte .	8.18	8.48	0.00	— 6.82	— 6.71	1.3	— 0.11
Schwarzsee . .	9.24	9.63	+ 0.11	— 5.76	— 5.56	1.2	— 0.20
Randa . . .	10.10	—	+ 0.06	— 4.90	—	1.0	—
St. Niklaus . .	10.78	—	+ 0.04	— 4.22	—	0.8	—
Visp	12.66	—	+ 0.04	— 2.34	—	0.5	—
Mittel			**+ 0.09**			**± 1.16**	**— 0.13**

*) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Bd. VII, pag. 190 und Veröff. des Geod. Instituts in Potsdam, Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft, 1896, pag. 98.

Die Unsicherheit der Temperaturkonstanten hat demnach durchschnittlich auf eine Station einen Einfluss von $\pm 1{,}16^{s} \cdot 10^{-7}$. Der zweite Teil der Unsicherheit der Temperaturreduktion, der vom Grad der Übereinstimmung der Angaben des Thermometers mit der wirklichen Temperatur der Pendelstange abhängt, lässt sich nur schätzungsweise bestimmen. Würden die vollen Abweichungen der Temperaturdifferenzen zwischen Pendel- und Woytacekthermometer hiefür massgebend sein, so würde man im Durchschnitt erhalten:

$$\pm C \triangle F = \pm 44{,}5 \cdot 0{,}13 = \pm 5{,}8 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Es ist indessen zu berücksichtigen, dass wegen der Konstruktion des Pendelthermometers zu erwarten ist, dass seine Angaben sich von der wirklichen Temperatur der Pendelstange weniger entfernen werden als die Angaben des Woytacekthermometers von denjenigen des Pendelthermometers. Ausserdem gehen die Temperaturänderungen auf den Feldstationen im gleichen Sinn vor sich wie in Basel und sind meist auch von ähnlich grossem Betrag. Wenn die Temperaturreduktion um den vollen Betrag der dynamischen Korrektion falsch wäre, so würde durchschnittlich für eine Station anzunehmen sein:

$$\pm 0{,}09 \cdot 27 = \pm 2{,}4 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Einen Fehler von ungefähr gleicher Grösse erhält man aus der Annahme, die Temperatur sei falsch um den Betrag der Abweichung zwischen der Differenz „Pendelthermometer minus Woytacekthermometer“ für Basel und die Feldstationen; die Unsicherheit wird dann:

$$\pm (0{,}19 - 0{,}13) \cdot 44{,}5 = \pm 2{,}7 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Nimmt man schätzungsweise für $C \triangle F = \pm 2{,}5$ an, so wird der Gesamtfehler der Temperaturreduktion:

$$\sqrt{1{,}16^{2} + 2{,}5^{2}} = \pm 2{,}8 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

3. Der Fehler der Luftdichtereduktion. Aus der Unsicherheit der Luftdichtekonstanten $\pm 5^{s} \cdot 10^{-7}$ und den Mittelwerten der Luftdichte für die einzelnen Stationen ergeben sich folgende Beträge von $F \triangle C$:

	Luftdichte	Differenz gegen Basel	F △ C
	%	F	±
Basel (Mittel)	91.5		
		%	s −7
Zermatt	78.9	— 12.6	0.6 · 10
Riffelberg	71.5	— 20.0	1.0
Gornergrat	69.0	— 22.5	1.1
Bétempshütte	69.6	— 21.9	1.1
Schwarzsee	71.3	— 20.2	1.0
Randa	82.4	— 9.1	0.5
St. Niklaus	84.2	— 7.3	0.4
Visp	89.4	— 2.1	0.1
		Mittel	± 0.8

Nimmt man als Unsicherheit der Barometerangaben an $\pm$ 0,5 mm (vergl. Seite 15), so wird

$$C \triangle F = \pm 0{,}4 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Der Gesamtfehler der Luftdichtereduktion beträgt somit

$$\sqrt{\overset{2}{0{,}8} + \overset{2}{0{,}4}} = \pm 0{,}9 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

4. Fehler der Reduktion auf Sternzeit. Aus den m. F. der täglichen Gänge auf Seite 32 f. ergibt sich im Durchschnitt für eine Station als Unsicherheit des täglichen Ganges:*)

$$\pm \overset{s}{0{,}024}.$$

Der entsprechende m. F. der Reduktion ist

$$\pm 0{,}024 \cdot 58{,}8 = \pm 1{,}4 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Hiezu tritt noch die Unsicherheit des Ganges wegen der Vergleichung des Chronometers mit der Riefleruhr. Der relative Stand von Nardin gegen Riefler ist für die Pendelmessungen jeweilen aus 3mal 10 registrierten Signalen abgeleitet worden, die regelmässig über das Intervall einer Minute verteilt sind. Fasst man je 10 Signale, die innerhalb 20 aufeinander folgender Sekunden liegen, zusammen, so erhält man 3 Mittel für jede Vergleichung. Berechnet man aus

*) Für Riffelberg: $\pm \frac{1}{3}(0.037 + 2 \times 0.013) = \pm \overset{s}{0{,}021}$ angenommen.

Für Gornergrat: $\frac{1}{4}\sqrt{\overset{2}{0.021} + \overset{2}{0.025}} = \pm \overset{s}{0.016}$

deren Abweichungen vom Gesamtmittel den m. F. der Vergleichung, so wird man ihn als obere Grenze der zu befürchtenden Unsicherheit ansehen müssen, da sich im einzelnen Mittel die Unregelmässigkeiten der Teilung des Sekundenrades nicht heben. Die Berechnung des m. F. der Vergleichung ist für eine Station, Schwarzsee, in dieser Weise durchgeführt, um einen Anhaltspunkt für diese Fehlergrösse zu gewinnen.

Schwarzsee	Uhrzeit Nardin	Abweichung vom Mittel			Summe der Quadr.	Quadr. des m. F. der Vergl.	Quadr. des m. F. der Diff. der Stände
	h	s	s	s	s	s	s
1902 VIII. 30.	19.6	— 0.005	+ 0.001	+ 0.005	0.000051	0.0000085	0.0000125
	23.55	+ 004	— 002	— 002	24	40	
31.	12.5	— 004	+ 002	+ 001	21	35	057
	16.15	000	+ 002	— 003	13	22	
31.	18.8	— 004	+ 003	+ 001	26	43	066
	22.4	— 001	+ 003	— 002	14	23	
IX. 1.	7.3	— 004	+ 003	000	34	57	140
	10.9	— 005	+ 001	+ 005	51	85	
1.	17.7	000	— 002	+ 002	08	12	127
	21.3	— 004	— 002	+ 007	69	11	
2.	7.2	— 005	+ 004	000	41	68	150
	10.8	— 002	— 003	+ 006	49	82	

	Diff. der Uhrzeit Nardin	m. F. der Diff. der Stände	m. F. des relat. tägl. Standes
	s	s	s
1902 VIII. 30.	3.95	± 0.0035	± 0.021
31.	3.65	24	016
31.	3.6	26	017
IX. 1.	3.6	37	025
1.	3.6	36	024
2.	3.6	39	026
		Mittel	s ± 0.021

In Verbindung mit dem m. F. des tägl. absoluten Ganges hat man für eine Station mit n Reihen zu setzen als Unsicherheit des Uhrganges:

$$\pm\sqrt{0{,}024^2 + \frac{0{,}021^2}{n}}$$

oder es wird der

	m. F. des Chronometerganges s	m. F. der Reduktion
für n = 2	± 0.028	± 1,6 Einh. der 7. Dez.
n = 4	026	± 1,5
n = 6	025	± 1,5
n = 8	025	± 1,5

Durch die Anwendung des Chronometers statt der Pendeluhr wird demnach die Sicherheit der Messungen nicht wesentlich vermindert; dagegen können Gangschwankungen innerhalb des Vergleichungsintervalls eine Fehlerquelle sein, die nicht völlig eliminiert wird.

Als Durchschnittswert ist für den m. F. der Schwingungszeiten, der aus der Unsicherheit des Uhrganges folgt, anzunehmen.

$$\pm 1{,}5 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Der Fehler von der Form $F \triangle C$ kommt nicht in Betracht.

5. Der Fehler der Mitschwingungskorrektion. Der m. F. der Mitschwingungskorrektion beträgt nach Seite 45 für die Feldstationen

$$\pm \frac{1{,}55}{\sqrt{n}}$$

Nimmt man für die Zahl der Bestimmungen durchschnittlich n = 4, so folgt für die Feldstationen: $\pm \frac{1{,}55}{\sqrt{4}} = \pm 0{,}8$

Für Basel ist die Unsicherheit $\pm 0{,}4$

Demnach beträgt der m. F. der Differenz der Schwingungszeiten wegen der Unsicherheit der Mitschwingungskorrektion

$$\pm 0{,}9 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

Man erhält somit folgende äussere Fehler:

1. m. F. der	Temperaturreduktion	± 2,8	Quadr. 7,8
2. „ „ „	Luftdichtereduktion	± 0,9	0,8
3. „ „ „	Uhrgangreduktion	± 1,5	2,2
4. „ „ „	Mitschwingungsreduktion . . .	± 0,9	0,8
			Summe 11,6

Der äussern Fehler wegen hat also die Differenz der Schwingungszeiten einen m. F. von $\sqrt{11{,}6} = \pm 3{,}4$ Einh.

In Verbindung mit dem m. F. zufälliger Natur erhält man für den Gesamtfehler M einer Station

$$M^2 = \frac{17{,}6}{n} + 11{,}6; \quad M = \pm\sqrt{\frac{17{,}6}{n} + 11{,}6}$$

Darnach wird

für	$n = 2$	$M = \pm 4{,}5$ Einh. der 7. Dez.
	$n = 4$	$\pm 4{,}0$
	$n = 6$	$\pm 3{,}8$
	$n = 8$	$\pm 3{,}7$

Der äussern Fehlquellen wegen kann hiernach der m. F. einer Station, auch wenn die Zahl der Reihen vermehrt wird, nur wenig unter ± 4 Einh. der 7. Dez. gebracht werden.

b) Veränderlichkeit der Pendel.

Ob die Pendel die Voraussetzung ihrer Unveränderlichkeit erfüllt haben, ist einer besondern Untersuchung zu unterwerfen. Aus den Kontrollmessungen der Schwingungszeiten in Basel vor und nach der Campagne ergibt sich die absolute Veränderung der Pendellänge. Aus den Zahlenwerten auf Seite 52 erhält man

	S30	S31	S32	S64
Basel I (Juni—Juli 1902)	0,5075 286	80 786	77 748	80 054
Basel II (Nov.—Dez. 1902)	210	781	741	057
Diff. Basel I minus Basel II	+76	+5	+7	−3

Vergleicht man diese Beträge mit dem m. F. der einzelnen Pendelmittel (vergl. Seite 60)

$\pm 1{,}8$ resp. 2,1 Einh. der 7. Dez.

so folgt, dass man für Pendel 64, vielleicht auch für 31 und 32 Unveränderlichkeit voraussetzen darf. Aus den Differenzen „Basel I minus Basel II" kann indessen nicht auf das Verhalten der Pendel während der Campagne unbedingt geschlossen werden; es ist denkbar, dass Veränderungen, die während der Messungen im Feld erfolgt sind, wieder vollständig zurückgehen. Solche Veränderungen werden sich gleichwohl erkennen lassen mit Hilfe der Differenzen

$$S31 - S30,\ S32 - S30,\ S64 - S30,\ S32 - S31 \text{ etc.}$$

unter der Bedingung, dass wenigstens einige der Pendel sich nicht verändert haben; diese Differenzen müssen konstant sein, abgesehen von einer durch die Verschiedenheit der Schwere an den einzelnen

Stationen bedingten kleinen Korrektion, die sich wie folgt berechnen lässt.*) Aus $T^2 = \pi^2 \frac{l}{g}$ folgt als Änderung der Schwingungsdauer mit der Änderung der Schwere:

$$dT = -\frac{T}{2g} dg$$

und hieraus als Variation von dT, wenn T sich ändert:

$$\delta dT = -\frac{dg}{2g} \cdot \delta T$$

Die Grösse δdT wird für $\delta T = s_{so} - s_m = -3200 \cdot 10^{-7}$ s und $dg = -0{,}008$ m (Diff. der Schwerkräfte Gornergrat minus Basel) $= -1{,}3 \cdot 10^{-7}$ s. Reduziert man also die einzelnen Schwingungszeiten der verschiedenen Stationen mittelst des Ausdruckes von δdT auf eine mittlere Schwingungsdauer und auf konstanten Betrag der Schwerkraft, so müssen die Differenzen der Schwingungszeiten zweier Pendel eine konstante Grösse sein oder wenigstens innerhalb von Grenzen bleiben, die sich durch die Beobachtungsfehler erklären lassen. Die Werte von δdT in Einh. der 7. Dez., die mit umgekehrten Zeichen als Korrektion an den Schwingungszeiten der Feldstationen anzubringen sind, sind in der folgenden Tabelle enthalten; es ist dg die angenäherte Differenz der Schwerewerte zwischen Feldstation und Basel; g(Basel) = 9,80 795 m.

		Pendel			
	$\delta T =$	30 — 3200	31 + 2320	32 — 720	64 + 1600
Station	dg	δdT			
	cm				
Zermatt	— 0.537	— 0,9	+ 0,6	— 0,2	+ 0,4
Riffelberg	— 0.699	— 1,1	0,8	— 0,3	0,6
Gornergrat . . .	— 0.797	— 1,3	0,9	— 0,3	0,7
Bétempshütte . . .	— 0.759	— 1,2	0,9	— 0,3	0,6
Schwarzsee . . .	— 0.697	— 1,1	0,8	— 0,3	0,6
Randa	— 0.515	— 0,8	0,6	— 0,2	0,4
St. Niklaus . . .	— 0.466	— 0,8	0,5	— 0,2	0,4
Visp	— 0.350	— 0,6	0,4	— 0,1	0,3

*) Vergl. Helmert, Schwerkraft im Hochgebirge, pag. 11 ff.

Pendel 64 setzen wir zunächst als unveränderlich voraus; für die Pendel 31 und 32 können die Differenzen Basel I minus II beseitigt werden durch die Annahme, die in frühern Jahren an Pendel 30, 31 und 32 erwiesene langsame Verkürzung der Pendellänge*) sei an jenen Pendeln auch während des Sommers 1902 der Zeit proportional fortgeschritten. Aus dem Datum der Beobachtungen und den oben angeführten Beträgen von 5^s und $7^s \times 10^{-7}$ erhält man für die einzelnen Feldstationen die folgenden Korrektionen der Schwingungszeiten von

	Pendel 31 und Pendel 32	
für Basel I	0	0
Zermatt	0,7	1,0
Riffelberg	0,9	1,3
Gornergrat	1,3	1,8
Bétempshütte . . .	1,6	2,2
Schwarzsee	1,9	2,7
Randa	2,6	3,7
St. Niklaus	2,9	4,0
Visp	3,2	4,4
Basel II	5,0	7,0

und als Summe dieser und der Korrektionen der vorigen Tabelle ergibt sich rund:

Pendel	30	31	32	64
Basel I	0	0	0	0
Zermatt	1	0	1	0
Riffelberg	1	0	2	— 1
Gornergrat	1	0	2	— 1
Bétempshütte . . .	1	1	2	— 1
Schwarzsee	1	1	3	— 1
Randa	1	2	4	0
St. Niklaus	1	2	4	0
Visp	1	3	4	0
Basel II	0	5	7	0

Bringt man diese Korrektionen an den mittleren Schwingungszeiten der einzelnen Stationen (vergl. Seite 52) an, so erhält man folgende Werte:

*) Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 172 ff. und 185.

s
0,50 . . .

Station	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}
Basel I . .	75 286	80 786	77 748	80 054
Zermatt . .	76 670	82 182	79 148	81 466
Riffelberg . .	77 089	82 599	79 560	81 889
Gornergrat .	77 337	82 866	79 809	82 144
Bétempshütte .	77 207	82 748	79 728	82 070
Schwarzsee .	77 096	82 601	79 554	81 880
Randa . . .	76 613	82 115	79 086	81 414
St. Niklaus .	76 450	81 994	78 956	81 280
Visp . . .	76 143	81 695	78 651	80 969
Basel II . .	75 210	80 786	77 748	80 057

Die Differenzen der Schwingungszeiten, die für den Fall der Unveränderlichkeit der Pendel konstant sind, werden hiernach in Einh. der 7. Dez.:

Station	$s_{31}-s_{30}$	$s_{32}-s_{30}$	$s_{64}-s_{30}$	$s_{32}-s_{31}$	$s_{64}-s_{31}$	$s_{64}-s_{32}$
Basel I . .	5 **500**	2 **462**	4 **768**	— 3 038	— **732**	2 **306**
Zermatt . .	512	478	796	034	716	318
Riffelberg .	510	471	800	039	710	329
Gornergrat .	529	472	807	**057**	722	**335**
Bétempshütte	541	521	863	020	678	342
Schwarzsee .	505	458	784	047	721	326
Randa . .	502	473	801	**029**	**701**	328
St. Niklaus .	544	506	830	038	714	324
Visp . . .	552	508	826	044	726	318
Basel II . .	**576**	**538**	**847**	038	729	309
Differenz zw. Max. u. Min.*)	76	76	79	28	31	29

Daraus ergeben sich zunächst folgende Resultate. Sieht man vorderhand von der Station Bétempshütte ab, deren Schwingungszeiten durch starke Gangänderungen des Chronometers entstellt sind, so zeigen die Differenzen $s_{32} - s_{31}$, die innerhalb 28 Einheiten bleiben, die beste Übereinstimmung; zu beachten ist besonders, dass die Werte für die Feldstationen um den Wert für Basel schwanken. An diesem Resultat würde sich wenig geändert haben, wenn man für die Pendel

*) Ohne Berücksichtigung der Bétempshütte.

31 und 32 nicht die Annahme einer der Zeit proportionalen Änderung gemacht hätte. Etwas ungünstiger verhalten sich die Differenzen $s_{64} - s_{31}$ und $s_{64} - s_{32}$, die erste bleibt innerhalb 31, die zweite innerhalb 29 Einh. Sie sind aber für sämtliche Feldstationen grösser als für Basel, also systematisch verändert. Die Differenzen $s_{31} - s_{30}$, $s_{32} - s_{30}$, $s_{64} - s_{30}$, endlich weisen auf Änderungen des Pendels 30 hin; ein erster Sprung fällt zweifellos zwischen die Stationen Randa und St. Niklaus, ein zweiter zwischen Visp und Basel II.

Die systematische Beeinflussung der Schwingungszeiten der Bétempshütte würde es rechtfertigen, diese Station bei der folgenden Untersuchung nicht zu benützen. Doch lassen sich leicht durch Vergleichung mit der benachbarten Station Schwarzsee, wo 6 Reihen unter günstigen Verhältnissen beobachtet sind, Korrektionen für die einzelnen Pendel berechnen; sie geben zugleich einen Anhaltspunkt für die Grösse der Fehler, die man wegen der Gangänderungen des Chronometers befürchten müsste, wenn dieses nicht mit einer gut gehenden Pendeluhr kontrolliert wird; man hat:

	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}	
1. Bétempshütte	0,5077 207	82 748	79 728	82 070	
2. Schwarzsee .	096	601	554	81 880	Mittel
1. minus 2. . .	+ 111	+ 147	+ 174	+ 190	156
Abweichung vom Mittel . . .	— 45	— 9	+ 18	+ 34	

Nimmt man an, die Gangänderung sei symmetrisch verlaufen, so sind folgende Korrektionen anzubringen:

an Pendel 30, 64 $\quad \pm\frac{45 + 34}{2} = \pm 39$

an Pendel 31, 32 $\quad \pm\frac{9 + 18}{2} = \pm 14$

Damit werden die Schwingungszeiten für Bétempshütte:

s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}
0,5077 246	82 762	79 714	82 031

Ferner:

$s_{31} - s_{30} = 5\ 516 \qquad s_{32} - s_{31} = -3\ 048$

$s_{32} - s_{30} = 2\ 468 \qquad s_{64} - s_{31} = -\ 731$

$s_{64} - s_{30} = 4\ 785 \qquad s_{64} - s_{32} = +2\ 317$

Diese Werte bleiben innerhalb der Grenzen, die durch die übrigen Feldstationen gegeben sind; es besteht darnach kein Grund mehr, die Station Bétempshütte auszuschliessen.

Die Fehleruntersuchung gestattet, die Grenzen, innerhalb deren die Differenzen $s_{31} - s_{30}$ etc. für den Fall der Unveränderlichkeit bleiben sollten, abzuschätzen. Da sich die äussern Fehler in den Differenzen zum grössten Teil heben, kommt nur der m. F. zufälliger Natur in Betracht, dessen Quadrat für die Einzelbeobachtung der Schwingungsdauer beträgt:

$$70{,}4^{s} \cdot 10^{-14} \quad \text{(vergl. S. 58.)}$$

Da auf jeder Station wenigstens 2 Reihen beobachtet sind, ist der m. F. der Schwingungsdauer des einzelnen Pendels im Maximum

$$\pm\sqrt{\frac{70{,}4}{2}}$$

und somit der m. F. der Differenz:

$$\pm\sqrt{\frac{70{,}4}{2}} \cdot \sqrt{2} = \pm\, 8{,}4$$

Es sollten demnach die Differenzen innerhalb $2 \times 8{,}4$ oder rund 20 Einheiten bleiben. Dass die Grenzen für $s_{32} - s_{31}$ weiter auseinander liegen (28 Einh.), kann seinen Grund darin haben, dass einerseits die äussern Fehler sich nicht vollständig heben und andrerseits der zufällige Fehler zu niedrig angesetzt ist, weil auch ein Teil des Fehlers ν, der von den Gangänderungen des Chronometers herrührt, in den Mitteln der Schwingungszeiten der einzelnen Pendel bleibt (vergl. beispielsweise Bétempshütte).

Bildet man die Abweichungen $\triangle$ der Differenzen $s_{31} - s_{30}$, $s_{32} - s_{30}$, sowie $s_{31} - s_{64}$, $s_{32} - s_{64}$ gegen Basel I, so erhält man:

		$s_{31} - s_{30}$		$s_{32} - s_{31}$		$s_{31} - s_{64}$		$s_{32} - s_{64}$	
Station	Gew.	$\triangle$	Mittel	$\triangle$	Mittel	$\triangle$	Mittel	$\triangle$	Mittel
Zermatt . . .	2	12		16		— 16		— 12	
Riffelberg . .	3	10		9		— 22		— 23	
Gornergrat . .	2	29	+ 12	10	+ 7	— 10		— 29	
Bétempshütte .	1	16		6		— 1	— 15	— 11	— 19
Schwarzsee . .	3	5		— 4		— 11		— 20	
Randa	1	2		11		— 31		— 22	
St. Niklaus . .	4	44	+ 47	44	+ 45	— 18		— 18	
Visp	2	52		46		— 6		— 12	
Basel	8	76		76		— 3		— 3	

Diese △ sollten für den Fall der Unveränderlichkeit gleich null sein oder sich durch die Beobachtungsfehler erklären lassen; da das für Pendel 30 und 64 nicht möglich ist — für das erste wegen der Grösse der △, für das zweite hauptsächlich wegen des übereinstimmenden Vorzeichens —, sind sie als Änderungen der Schwingungsdauer anzusehen. Die Mittel der Abweichungen △, unter Berücksichtigung des Gewichts, innerhalb der Gruppen, für die Pendel 30 und 64 als konstant angenommen werden, stellen also die Korrektionen dieser Pendel auf Unveränderlichkeit zur Zeit von Basel I dar. Es ist:

	aus $s_{31} - s_{30}$	$s_{32} - s_{30}$	
	Mittel	der △	Mittel
1. für Pendel 30			
aus den Stationen Zermatt bis Randa	+ 12	+ 7	+ **10** ± 3
St. Niklaus bis Visp	+ 47	45	+ **46** ± 2
Basel II	(+ 76)	(+ 76)	(+ 76)
2. für Pendel 64	aus $s_{31} - s_{64}$	$s_{32} - s_{64}$	
aus allen Feldstationen	— 15	— 19	— **17** ± 2

Bildet man die Abweichungen △′ der Einzelwerte von diesen Mitteln und bestimmt deren m. F. aus der Quadratsumme, so wird:

Station	Gew.	$s_{31} - s_{30}$		$s_{32} - s_{30}$		
	p	△′	p△′²	△′	p△′²	
Zermatt . .	2	+ 2	8	+ 6	72	
Riffelberg . .	3	+ 0	0	— 1	3	
Gornergrat .	2	+ 19	722	0	0	
Bétempshütte .	1	+ 6	36	— 4	16	
Schwarzsee .	3	— 5	75	— 14	588	
Randa . . .	1	— 8	64	1	1	
		$\Sigma = 905$		$\Sigma = 680$		$\Sigma(p\triangle'^2) = 1585$
						$\Sigma p = 24,\ n = 12$

m. F. des Gewichtes 1: $\pm\sqrt{\frac{1585}{12-1}} = \pm\sqrt{144{,}0}$

24: $\pm\sqrt{\frac{144{,}0}{24}} = \pm 2{,}5$

St. Niklaus .	4	— 2	16	— 2	16	
Visp . . .	2	+ 6	72	0	0	
		$\Sigma = 88$		$\Sigma = 16$		$\Sigma(p\triangle'^2) = 104$
						$\Sigma p = 12,\ n = 4$

m. F. des Gewichtes 1: $\pm\sqrt{\frac{104}{4-1}} = \pm\sqrt{34{,}7}$

12: $\pm\sqrt{\frac{34{,}7}{12}} = \pm 1{,}7$

Station	Gew.	$s_{31} - s_{64}$		$s_{32} - s_{64}$	
	p	Δ'	$p\Delta'^2$	Δ'	$p\Delta'^2$
Zermatt . .	2	+ 1	2	5	50
Riffelberg . .	3	— 5	75	— 6	108
Gornergrat .	2	+ 7	98	— 12	288
Bétempshütte .	1	+ 16	256	+ 6	36
Schwarzsee .	3	+ 6	108	— 3	27
Randa . . .	1	— 14	169	— 5	25
St. Niklaus .	4	— 1	4	— 1	4
Visp . . .	2	+ 11	242	5	50
		$\Sigma = 981$		$\Sigma = 588$	$\Sigma(p\Delta'^2) = 1569$

$\Sigma p = 36$, $n = 16$

m. F. des Gewichtes 1: $\sqrt{\frac{1569}{16-1}} = \pm\sqrt{104{,}5}$

36: $\sqrt{\frac{104{,}5}{36}} = \pm 1{,}7$

Legt man für Pendel 64 nicht die Schwingungszeit von Basel I, sondern das Mittel aus Basel I und II zu Grunde, so ergibt sich für dieses Pendel statt — 17 als Korrektion auf Unveränderlichkeit für alle Feldstationen — 16. Wenn diese Korrektion für Pendel 64 und die oben abgeleiteten Korrektionen für Pendel 30 an den Schwingungszeiten angebracht werden, so ergeben sich folgende, vollständig auf Unveränderlichkeit reduzierte Schwingungszeiten:

0,50 . . .

Station	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}
Basel . . .	75 286	80 786	77 748	80 055
Zermatt . .	76 680	82 182	79 148	81 450
Riffelberg . .	77 099	82 599	79 560	81 873
Gornergrat .	77 347	82 866	79 809	82 128
Bétempshütte .	77 256	82 762	79 714	82 015
Schwarzsee .	77 106	82 601	79 554	81 864
Randa . . .	76 623	82 115	79 086	81 398
St. Niklaus .	76 496	81 994	78 956	81 264
Visp . . .	76 189	81 695	78 651	80 953

Daraus erhält man für die Differenzen der Schwingungszeiten „Feldstation minus Basel“:

Station	30	31	32	64	Mittel
Zermatt . . .	1 394	1 396	1 400	1 395	1 396
Riffelberg . .	1 813	1 813	1 812	1 818	1 814
Gornergrat . .	2 061	2 080	2 061	2 073	2 069
Bétempshütte .	1 970	1 976	1 966	1 960	1 968
Schwarzsee . .	1 820	1 815	1 806	1 809	1 813
Randa . . .	1 337	1 329	1 338	1 343	1 337
St. Niklaus . .	1 210	1 208	1 208	1 209	1 209
Visp	903	909	903	898	903

Station	Gew. p	Abweichung △ vom Mittel 30	31	32	64	p△² 30	31	32	64	Σ
Zermatt . .	2	— 2	0	4	— 1	8	0	32	2	42
Riffelberg .	3	— 1	—1	— 2	4	3	3	12	48	66
Gornergrat .	2	— 8	11	— 8	4	128	242	128	32	530
Bétempshütte	1	2	8	— 2	— 8	4	64	4	64	136
Schwarzsee .	3	7	2	— 7	— 4	147	12	147	48	354
Randa . .	1	0	—8	1	6	0	64	1	36	101
St. Niklaus .	4	1	—1	— 1	0	4	4	4	0	12
Visp . . .	2	0	6	0	— 5	0	72	0	50	122
					Σ	294	461	328	280	**1363**

Der m. F. der einzelnen Differenz „Feldstation minus Basel“ sei m für $p = 1$. Dann ist das Quadrat des m. F. einer Station mit dem Gewicht p gleich

$$\frac{m^2}{p}$$

Für jede Station ist also:

$$(4-1)\frac{m^2}{p} = [\Delta\Delta]$$

oder $$3\,m^2 = [p\Delta\Delta]$$

Die Summe der 8 Feldstationen ist:

$$8 \cdot 3\,m^2 = \Sigma[p\Delta\Delta]$$

$$m^2 = \frac{\Sigma[p\Delta\Delta]}{24} = \frac{1363}{24} = 56{,}8$$

Das Quadrat des m. F. des Mittels einer Station mit dem Gewicht p ist:

$$\frac{m^2}{4p} = \frac{14{,}2}{p}$$

Der m. F. einer Station ist hiernach:

für	p = 1	± 3,8 Einh. der 7. Dez.
	p = 2	± 2,7
	p = 3	± 2,2
	p = 4	± 1,9

Es hat ein Interesse, diese ganze Rechnung zu wiederholen auf Grund der Schwingungszeiten, die auf den individuellen Temperaturkonstanten der einzelnen Pendel (vergl. Seite 10) beruhen. Da die Temperaturen der Feldstationen zum Teil nicht unbeträchtlich von derjenigen Basels abweichen, ist eine wesentlich bessere, innere Übereinstimmung davon zu erwarten.

Die Sterneck'schen Werte der Temperaturkonstanten und deren Verbesserungen sind:

	Temperaturkonstante nach Sterneck	Verbesserung	Individuelle Werte der einzelnen Pendel
Pendel 30	44,35	0,54	44,90
31	44,35	— 0,75	43,60
32	44,35	0,43	44,70
64	45,40	— 0,23	45,17

Die folgende Tabelle enthält die Mitteltemperaturen der einzelnen Pendel und die aus obigen Verbesserungen der Temperaturkonstanten resultierenden Korrektionen der Schwingungszeiten:

Station	Mittlere Pendeltemperatur				Verbesserungen der Schwingungszeiten			
	30	31	32	64	30	31	32	64
	°	°	°	°				
Basel I . . .	17.00	17.14	17.28	17.40	— 9,2	+ 12,8	— 7,1	+ 4,0
Zermatt . . .	12.05	12.17	12.31	12.41	— 6,5	9,1	— 5,3	2,9
Riffelberg . .	8.26	8.55	8.91	9.02	— 4,5	6,4	— 3,8	2,1
Gornergrat . .	1.31	1.84	2.28	2.54	— 0,7	1,4	— 1,0	0,6
Bétempshütte .	7.93	8.08	8.27	8.43	— 4,0	6,1	— 3,5	1,9
Schwarzsee . .	8.79	9.11	9.40	9.63	— 4,7	6,8	— 4,0	2,2
Randa . . .	9.90	10.01	10.20	10.30	— 5,3	7,5	— 4,4	2,4
St. Niklaus . .	10.63	10.71	10.84	10.94	— 5,7	8,0	— 4,7	2,5
Visp	12.43	12.60	12.75	12.84	— 6,7	9,5	— 5,5	3,0
Basel II . . .	12.69	12.77	12.85	12.91	— 6,9	9,6	— 5,5	3,0

Bringt man diese Korrektionen zunächst an die Schwingungszeiten von Basel an, so wird

	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}
Basel I	0,5075 277	80 799	77 741	80 058
Basel II	203	791	735	060
Differenz I—II .	74	8	6	— 2

Verteilt man wieder die Differenzen 8 und 6 für s_{31} und s_{32} der Zeit proportional auf die einzelnen Stationen, so ergeben sich folgende Korrektionen:

	für Pendel 31	32
Basel I	0	0
Zermatt	1,1	0,8
Riffelberg . . .	1,5	1,1
Gornergrat . . .	2,1	1,6
Bétempshütte . .	2,5	1,9
Schwarzsee . . .	3,0	2,3
Randa	4,2	3,2
St. Niklaus . . .	4,6	3,5
Visp	5,1	3,8
Basel II	8,0	6,0

In der folgenden Zusammenstellung der Korrektionen sind diese Korrektionen unter III aufgeführt; unter I stehen die Korrektionen wegen der individuellen Temperaturkonstanten, unter II die Reduktion auf gleichen Betrag von Schwingungsdauer und Schwerkraft (nach Seite 67).

Station	Pendel 30			Pendel 31			
	I	II	Summe	I	II	III	Summe
Basel I	— 9,2	0	— 9	12,8	0	0	13
Zermatt . . .	— 6,5	0,9	— 6	9,1	— 0,6	1,1	10
Riffelberg . . .	— 4,5	1,1	— 3	6,4	— 0,8	1,5	7
Gornergrat . .	— 0,7	1,3	+ 1	1,4	— 0,9	2,1	3
Bétempshütte .	— 4,0	1,2	— 3	6,1	— 0,9	2,5	8
Schwarzsee . .	— 4,7	1,1	— 4	6,8	— 0,8	3,0	9
Randa	— 5,3	0,8	— 5	7,5	— 0,6	4,2	11
St. Niklaus . .	— 5,7	0,8	— 5	8,0	— 0,5	4,6	12
Visp	— 6,7	0,6	— 6	9,5	— 0,4	5,1	14
Basel II . . .	— 6,9	0	— 7	9,6	0	8,0	18

Station	Pendel 32				Pendel 64		
	I	II	III	Summe	I	II	Summe
Basel I	— 7,1	0,0	0,0	— 7	4,0	0,0	4
Zermatt	— 5,3	0,2	0,8	— 4	2,9	— 0,4	3
Riffelberg . . .	— 3,8	0,3	1,1	— 2	2,1	— 0,6	2
Gornergrat . . .	— 1,0	0,3	1,6	+ 1	0,6	— 0,7	0
Bétempshütte . .	— 3,5	0,3	1,9	— 1	1,9	— 0,6	1
Schwarzsee . . .	— 4,0	0,3	2,3	— 1	2,2	— 0,6	2
Randa	— 4,4	0,2	3,2	— 1	2,4	— 0,4	2
St. Niklaus . . .	— 4,7	0,2	3,5	— 1	2,5	— 0,4	2
Visp	— 5,5	0,1	3,8	— 2	3,0	— 0,3	3
Basel II	— 5,5	0	6,0	0	3,0	0,0	3

Leitet man in gleicher Weise wie oben für Bétempshütte noch besondere Korrektionen der einzelnen Schwingungszeiten ab, so erhält man unter Berücksichtigung dieser Korrektionen:

	830	831	832	864	
1. Bétempshütte	0,5077 203	82 755	79 725	82 072	
2. Schwarzsee .	091	609	550	81 883	Mittel
1. minus 2. .	112	146	175	189	156
Abweichung vom Mittel . . .	— 44	— 10	+ 19	+ 33	

Somit ist die Korrektion

für Pendel 30, 64 ± 39

für Pendel 31, 32 ± 15

Für Bétempshütte sind also statt der obigen unter „Summe“ stehenden Korrektionen die folgenden anzubringen:

$+36 \quad +23 \quad -16 \quad -38$

Man erhält dann folgende Schwingungszeiten, die zur Untersuchung der Veränderlichkeit dienen:

0,50 . . .

Station	830	831	832	864
Basel I . .	75 277	80 799	77 741	80 058
Zermatt . .	76 663	82 192	79 143	81 469
Riffelberg . .	77 085	82 606	79 556	81 892
Gornergrat .	77 337	82 869	79 808	82 145

0,50 . . .

Station	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}
Bétempshütte .	77 242	82 770	79 710	82 031
Schwarzsee .	77 091	82 609	79 550	81 883
Randa . . .	76 607	82 124	79 081	81 416
St. Niklaus .	76 444	82 004	78 951	81 282
Visp . . .	76 136	81 706	78 645	80 972
Basel II . .	75 203	80 799	77 741	80 060

Die Differenzen der Schwingungszeiten werden also:

Station	Gew.	$s_{31}-s_{30}$	$s_{32}-s_{30}$	$s_{64}-s_{30}$	$s_{32}-s_{31}$	$s_{64}-s_{31}$	$s_{64}-s_{32}$
Basel I . . .	8	5 522	2 464	4 **781**	— 3 058	— **741**	2 **317**
Zermatt . . .	2	529	480	806	049	723	326
Riffelberg . .	3	521	471	807	050	714	336
Gornergrat . .	2	532	471	808	**061**	724	**337**
Bétempshütte .	1	528	468	789	060	739	321
Schwarzsee .	3	518	**459**	792	059	726	333
Randa . . .	1	**517**	474	809	**043**	**708**	335
St. Niklaus . .	4	560	507	838	053	722	331
Visp	2	570	509	836	061	734	327
Basel II . . .	8	**596**	**538**	**857**	058	739	319
Differenz zw. Max. und Min.		79	79	76	18	33	20

Im Grossen und Ganzen folgt aus diesen Zahlen das gleiche Resultat wie früher. Die Differenzen $s_{32} - s_{31}$ bleiben innerhalb 18 Einheiten, die sich nach Früherem nun vollständig durch die Beobachtungsfehler zufälliger Natur erklären lassen. $s_{64} - s_{31}$ und $s_{64} - s_{32}$ halten sich innerhalb 33 resp. 20 Einheiten, weichen aber für die Feldstationen durchweg in gleichem Sinne von den Werten für Basel ab.

Die Abweichungen $\triangle$ der Differenzen $s_{31} - s_{30}$, $s_{32} - s_{30}$ und $s_{31} - s_{64}$, $s_{32} - s_{64}$ gegen Basel I werden gleich:

Station	Gew.	$s_{31}-s_{30}$ $\triangle$	Mittel	$s_{32}-s_{30}$ $\triangle$	Mittel	$s_{31}-s_{64}$ $\triangle$	Mittel	$s_{32}-s_{64}$ $\triangle$	Mittel
Zermatt . . .	2	7		16		— 18		— 9	
Riffelberg . .	3	— 1		7		— 27		— 19	
Gornergrat . .	2	10	+ 2	7	+ 5	— 17		— 20	
Bétempshütte .	1	6		4		— 2		— 4	
Schwarzsee . .	3	— 4		— 5		— 15	— 18	— 16	— 14
Randa	1	— 5		10		— 33		— 18	
St. Niklaus . .	4	38	+ 41	43	44	— 19		— 14	
Visp	2	48		45		— 7		— 10	
Basel II . . .	8	74		74		— 2		— 2	

Es ergeben sich somit folgende Veränderungen der Pendel:

1. für das Pendel 30	aus $s_{31} - s_{30}$	$s_{32} - s_{30}$	Mittel
aus den Stationen Zermatt bis Randa	$+2$	$+5$	$+4 \pm 2$
St. Niklaus bis Visp	41	44	$+43 \pm 2$
aus Basel II	(74)	(74)	(74)
2. für das Pendel 64	aus $s_{31} - s_{64}$	$s_{32} - s_{64}$	
Zermatt bis Visp	-18	-14	-16 ± 2

Für die m. F. erhält man aus den Abweichungen Δ' von den Mittelwerten:

Station	Gew.	$s_{31} - s_{30}$		$s_{32} - s_{30}$		
	p	Δ'	$p\Delta'^2$	Δ'	$p\Delta'^2$	
Zermatt . .	2	$+3$	18	12	288	
Riffelberg . .	3	-5	75	3	27	
Gornergrat .	2	6	72	3	18	
Bétempshütte .	1	2	4	0	0	
Schwarzsee .	3	-8	192	-9	243	
Randa . . .	1	9	81	6	36	
		$\Sigma = 442$		$\Sigma = 622$		$\Sigma p\Delta'^2 = 1064$
						$\Sigma p = 24,\ n = 12$

m. F. des Gewichtes 1: $\pm\sqrt{\frac{1064}{12-1}} = \pm\sqrt{96{,}7}$

24: $\pm\sqrt{\frac{96{,}7}{24}} = \pm 2{,}0$

Station	Gew.	$s_{31} - s_{30}$		$s_{32} - s_{30}$		
	p	Δ'	$p\Delta'^2$	Δ'	$p\Delta'^2$	
St. Niklaus .	4	-5	100	0	0	
Visp	2	$+5$	50	2	8	
		$\Sigma = 150$		$\Sigma = 8$		$\Sigma p\Delta'^2 = 158$
						$\Sigma p = 12,\ n = 4$

m. F. des Gewichtes 1: $\pm\sqrt{\frac{158}{4-1}} = \pm\sqrt{52{,}7}$

12: $\pm\sqrt{\frac{52{,}7}{12}} = \pm 2{,}1$

Station	Gew.	$s_{31} - s_{64}$		$s_{32} - s_{64}$	
	p	Δ'	$p\Delta'^2$	Δ'	$p\Delta'^2$
Zermatt . .	2	— 2	8	7	98
Riffelberg . .	3	— 11	363	— 3	27
Gornergrat .	2	— 1	2	— 4	32
Bétempshütte .	1	14	196	12	144
Schwarzsee .	3	1	3	0	0
Randa . . .	1	— 17	289	— 2	4
St. Niklaus .	4	— 3	36	2	16
Visp . . .	2	9	162	6	72
		$\Sigma = 1059$		$\Sigma = 393$	$\Sigma p\Delta'^2 = 1452$
					$\Sigma p = 36, n = 16$

m. F. des Gewichtes 1: $\pm\sqrt{\frac{1452}{16-1}} = \pm\sqrt{96{,}9}$

36: $\pm\sqrt{\frac{96{,}9}{36}} = \pm 1{,}6$

Bringt man die abgeleiteten Änderungen als Korrektionen auf Unveränderlichkeit zur Zeit von Basel I an, so erhält man folgende Schwingungszeiten (für Pendel 64 wird das Mittel aus Basel I und II genommen; für die Feldstationen beträgt demgemäss die Korrektion — 15).

0,50 . . .

Station	s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{64}	Mittel	$s_m - s_{30}$	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_{32}$	$s_m - s_{64}$
Basel . .	75 277	80 799	79 741	80 059	78 469	+ 3 192	— 2 330	+ 728	— 1 590
Zermatt .	76 667	82 192	79 143	81 454	79 864	197	328	721	590
Riffelberg	77 089	82 606	79 556	81 877	80 282	193	324	726	595
Gornergrat	77 341	82 869	79 808	82 130	80 537	196	332	729	593
Bétempsh.	77 246	82 770	79 710	82 016	80 436	190	334	726	580
Schwarzsee	77 095	82 609	79 550	81 868	80 281	186	328	731	587
Randa . .	76 611	82 124	79 081	81 401	79 804	193	320	723	597
St. Niklaus	76 487	82 004	78 951	81 267	79 677	190	327	726	590
Visp . .	76 179	81 706	78 645	80 957	79 372	193	334	727	585

Differenzen der Schwingungszeiten „Feldstation minus Basel“:

Station	30	31	32	64	Mittel
Zermatt . . .	1 390	1 393	1 402	1 395	1 395
Riffelberg . . .	1 812	1 807	1 815	1 818	1 813
Gornergrat . .	2 064	2 070	2 067	2 071	2 068
Bétempshütte . .	1 969	1 971	1 969	1 957	1 967

Station	30	31	32	64	Mittel
Schwarzsee . .	1 818	1 810	1 809	1 809	1 812
Randa	1 334	1 325	1 340	1 342	1 335
St. Niklaus . .	1 210	1 205	1 210	1 208	1 208
Visp	902	907	904	898	903

Station	Gew. p	Abweichungen △′ der Einzelwerte vom Mittel				p△′²				
		30	31	32	64	30	31	32	64	Σ
Zermatt . .	2	— 5	— 2	7	0	50	8	98	0	156
Riffelberg . .	3	— 1	— 6	2	5	3	108	12	75	198
Gornergrat .	2	— 4	2	— 1	3	32	8	2	18	60
Bétempshütte.	1	2	4	2	— 10	4	16	4	100	124
Schwarzsee .	3	6	— 2	— 3	— 3	108	12	27	27	174
Randa . . .	1	— 1	— 10	5	7	1	100	25	49	175
St. Niklaus .	4	2	— 3	2	0	16	36	16	0	68
Visp . . .	2	— 1	4	1	— 5	2	32	2	50	86
						Σ = 216	230	186	319	**1041**

Es beträgt somit

$$\Sigma[p\Delta'^2] = 1041 \cdot 10^{8\ -14}.$$

Auf S. 74 ist erhalten worden: $1363 \cdot 10^{8\ -14}$; es zeigt sich hierin die bessere Übereinstimmung, die durch Berücksichtigung der individuellen Temperaturkonstanten erzielt wird.

Aus $$m^2 = \frac{\Sigma[p\Delta'\Delta']}{3 \cdot 8} = \frac{1041}{24} = 43{,}4$$

ergibt sich für den m. F. einer Station

für p = 1	$\pm\sqrt{\frac{m^2}{4p}} = \pm 3{,}3$
p = 2	$\pm 2{,}3$
p = 3	$\pm 1{,}9$
p = 4	$\pm 1{,}7$

Die Berücksichtigung der individuellen Temperaturkonstanten hat in folgenden Punkten günstigere Verhältnisse gegenüber der ersten Berechnung gebracht:

1. Differenzen $s_{32} - s_{31}$, $s_{64} - s_{32}$ halten sich innerhalb engerer Grenzen.

2. Die berechneten Änderungen für die Pendel 30 und 64 sind mit kleinern m. F. behaftet.

3. Die Differenzen der Schwingungszeiten „Feldstation minus Basel“ der einzelnen Pendel befinden sich in besserer, gegenseitiger Übereinstimmung.

Es ist deshalb berechtigt, den individuellen Temperaturkonstanten den Vorzug zu geben und die mit diesen reduzierten Schwingungszeiten als Grundlage für die Berechnung der relativen Schwerewerte zu wählen.

Multipliziert man die pag. 80 und 81 angegebenen Mittel der „Differenzen der Schwingungszeiten Feldstation minus Basel“ mit

$$\frac{2g\,(\text{Basel})}{S\,(\text{Basel})} = 0{,}3862,$$

so erhält man die Abweichung der Schwerebeschleunigung am Beobachtungsorte gegen die von Basel, und legt man für letztere den Wert

$$g = 9{,}80\ 795\ \text{m}^{*})$$

zu Grunde, so gelangt man für die im Jahre 1902 bezogenen Feldstationen zu folgenden Beträgen des Schwereunterschiedes und des absoluten Wertes der Schwerebeschleunigungen im Stationsniveau:

Station	Zahl der Reihen	Differenz $g_{\text{Feldst.}} - g_{\text{Basel}}$	$g_{\text{Feldst.}}$
		-5	
Zermatt . . .	4	$-539 \cdot 10$ m	9.80 256 m
Riffelberg . .	6	— 700	80 095
Gornergrat . .	4	— 799	79 996
Bétempshütte .	2	— 760	80 035
Schwarzsee . .	6	— 700	80 095
Randa	2	— 516	80 279
St. Niklaus . .	8	— 466	80 329
Visp	4	— 349	80 446

Nach S. 66 ist der m. F. einer Station gegeben durch die Formel:

$$M^2 = \frac{17{,}6}{n} + 11{,}6.$$

Hiezu tritt wegen der Veränderlichkeit der Pendel ein weiterer Betrag. Die abgeleiteten Veränderungen von Pendel 30 und 64 sind nach S. 79 ff. durchschnittlich unsicher um

$$\pm 2 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

*) Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 203; Procès-verbaux des 47ième et 48ième Séance de la Commission géodésique 1903, pag. 27.

Erhöht man diesen Fehler, um ihn nicht zu unterschätzen, auf $\pm$ 3 Einh., so wird das Quadrat des m. F., um den das Mittel der Schwingungszeiten einer Station unsicher ist wegen der Veränderlichkeit der Pendel:

$$\frac{1}{4}(3^2 + 3^2) = 4{,}5$$

Zum zweiten Glied von M^2 kommt dieser Betrag hinzu, so dass abgerundet wird:

$$M^2 = \frac{17{,}6}{n} + 16.$$

Nimmt man durchschnittlich $n = 4$ an, so erhält man hieraus

$$M = \pm 4{,}5 \text{ Einh. der 7. Dez.}$$

und für die entsprechende Unsicherheit des Schwereunterschiedes

$$\pm 1{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

oder rund $\pm$ 1/700000 von g.

IV. Reduktion der beobachteten Schwerebeschleunigungen.

Vergl. Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 34 ff.
Helmert, höhere Geodäsie. II. Teil, pag. 141 ff.
idem, Sitzungsbericht der k. pr. Akademie der Wissenschaften; erste und zweite Mitteilung. Über die Reduktion der auf der physischen Erdoberfläche beobachteten Schwerebeschleunigungen, 1902 XXXVI und 1903 XXXI.
idem, Schwerkraft im Hochgebirge, pag. 29 ff.

Je nach dem Zweck, zu dem die beobachteten Schwerebeschleunigungen verwendet werden, sind verschiedene Verfahren ihrer Reduktion gebräuchlich. Bei den vorliegenden Beobachtungen handelt es sich darum, das Verhalten der Schwerkraft in einem kleinen Gebiete zu untersuchen. In diesem Falle kommt das Bougner'sche Verfahren in Betracht; nach ihm werden die beobachteten Schwerkräfte auf das Meeresniveau reduziert und von dem störenden Einfluss lokaler Massen befreit. Gemäss der neueren, von Helmert modifizierten Auffassung dieses Verfahrens ist in folgender Weise vorzugehen.

1. Die im Punkt P der physischen Erdoberfläche beobachtete Schwerkraft g wird zunächst auf horizontales Terrain bezogen; es sei

$$g_0 = g + \Delta g''$$

der Wert, den man beobachtet hätte, wenn sich zwischen dem Beobachtungsort P und dem Meeresniveau eine ebene Platte befände. $\Delta g''$ nennt man die topographische Reduktion.

2. Die zwischen dem Punkte P und dem Meeresniveau liegende, ebene Platte wird vertikal auf die Meeresfläche verschoben und zu einer Flächenschicht verdichtet. Bezeichnet Δg die normale Reduktion der Schwerkraft aufs Meeresniveau (Reduktion wie in freier Luft), so ist die Schwerkraft für einen Punkt Q senkrecht unterhalb P dicht über dem Meeresniveau:

$$g'_0 = g_0 + \Delta g = g + \Delta g + \Delta g''$$

3. Bezeichnet endlich $\Delta g'$ den negativen Wert der Anziehung der aufs Meeresniveau kondensierten Platte, so ist

$$g_0'' = g_0' + \Delta g' = g + \Delta g + \Delta g' + \Delta g''$$

die Schwerkraft, die man im Meeresniveau beobachtet hätte, und die von der Anziehung der lokalen Massen, die sich darüber erheben, befreit ist.

Bildet man nun die Differenz

$$g_0'' - \gamma_0,$$

wo γ_0 den normalen Betrag der Schwerkraft im Meeresniveau bedeutet, so kommen darin alle die Störungen der Schwerkraft zum Ausdruck, deren Ursache in unregelmässiger Lagerung der Massen unterhalb des Meeresniveaus zu suchen ist. Die Wirkung dieser störenden Massen kann ersetzt werden durch eine ideelle, im Meeresniveau liegende, kondensierte Flächenschicht von der Stärke θD; zwischen $g_0'' - \gamma_0$ und θD besteht die Beziehung:

$$g_0'' - \gamma_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\gamma_0}{R} \left(\frac{\theta D}{\theta_m} - N \right)$$

wo R den mittleren Erdradius, θ_m die mittlere Erddichte und N die unbekannte Erhebung der Geoidfläche im Meeresniveau über das der normalen Schwere entsprechende Normalsphäroid bezeichnet.*)

*) Vgl. Helmert, Schwerkraft im Hochgebirge, pag. 40.

1. Die normale Reduktion aufs Meeresniveau (oder Reduktion aufs Meeresniveau wie in freier Luft; vergl. Helmert, Band II der höheren Geodäsie, pag. 96 und 97; ferner die angeführte „zweite Mitteilung", pag. 1 [650] ff). Der vollständige Näherungsausdruck für die normale Reduktion aufs Meeresniveau lautet:

$$(1) + \Delta g = g_0' - g_0 = \gamma_0 \left\{ \frac{2H}{R} \left(+ \frac{2}{3} a + c - 2a \sin^2 B \right) - \frac{3H^2}{R^2} \right\},$$

$$(2) \qquad = G \left\{ \frac{2H}{R} \left(1 + \frac{c}{6} + \frac{b}{3} + \left[\frac{5}{2} c - \frac{3}{2} b \right] \cos 2B \right) - \frac{3H^2}{R^2} \right\}.$$

Hierin ist B die geographische Breite
R der mittlere Erdradius

$$G = \gamma_0 \left(1 - \frac{b}{2} \cos 2B \right).$$

Zwischen den Grössen a, b, c besteht die bekannte Beziehung des Clairaut'schen Theorems:

$$a + b = \frac{5}{2} c$$

Vernachlässigt man die Glieder von der Ordnung a oder $\left(\frac{H}{R}\right)^2$, so erhält man die gewöhnlich benutzte Näherungsformel:

$$g_0' - g_0 = \gamma_0 \frac{2H}{R}$$

Aus (2) ergibt sich mit den Zahlenwerten:

$G = 980{,}6$ cm $b = 0{,}00\ 5302$
$R = 6371$ km $c = 0{,}00\ 34677$
$B = 46^0\ 4'$ (mittlere Breite der Feldstationen):

$$g_0' - g_0 = \overset{\text{cm}}{0{,}3086} \left(1 + 0{,}00071 \cos 2B \right) H - \overset{\text{cm}}{0{,}000\ 072}\ H^2$$

H in Kilometern.

Das Glied mit cos 2B bleibt für die grössten Höhen in unseren Breiten ohne Einfluss. Zur Berechnung der normalen Reduktion aufs Meeresniveau wird also der Ausdruck angewendet:

$$\Delta g = \overset{\text{cm}}{0{,}3086}\ H - \overset{\text{cm}}{0{,}000\ 072}\ H^2$$

H in Kilometern.

Die folgende Tabelle erleichtert die Berechnung von $\triangle g$.

H in Meter	cm -3 $0{,}3086 \cdot 10$ H	H in Meter	cm -3 $0.3086 \cdot 10$ H	H in Meter	cm $-0.000\,072 \cdot 10^{-6}$ H²
	cm		cm		cm
10	0.0031	100	0.0309	von 0 bis 83	— 0.0000
20	0062	200	0617	83 „ 1443	— 0001
30	0093	300	0926	1443 „ 1863	— 0002
40	0123	400	1234	1863 „ 2205	— 0003
50	0154	500	1543	2205 „ 2500	— 0004
60	0185	600	1852	2500 „ 2764	— 0005
70	0216	700	2160	2764 „ 3005	— 0006
80	0247	800	2469	3005 „ 3228	— 0007
90	0278	900	2777	3228 „ 3436	— 0008
100	0309	1000	3086	3436 „ 3632	— 0009
		2000	6172	3632 3819	— 0010
		3000	9258		

Für die Feldstationen ergeben sich hiernach folgende normale Reduktionen aufs Meeresniveau:

Station	Meereshöhe H m	Erstes Glied cm	Zweites Glied cm	$\triangle g$ cm
Zermatt . . .	1606,5	+ 0,4956	— 0,0002	+ 0,495
Riffelberg . . .	2569	7928	— 0005	792
Gornergrat . .	3019	9317	— 0007	931
Bétempshütte . .	2800	8641	— 0006	864
Schwarzsee . .	2585	7977	— 0005	797
Randa	1410	4351	— 0001	435
St. Niklaus . .	1113	3435	— 0001	343
Visp	652	2012	— 0001	201

2. Reduktion der beobachteten Schwerebeschleunigungen wegen der Anziehung der Massen, die sich übers Meeresniveau erheben. Die beobachtete Schwerkraft wird zunächst durch Berücksichtigung der topographischen Reduktion $\triangle g''$ auf horizontales Terrain bezogen; diese Reduktion ist ohne Rücksicht auf die Erdkrümmung zu berechnen.*) Kondensiert man die ebene Platte aufs Meeresniveau, so hat man die für den Punkt Q dicht über dem Meeresniveau gültige

*) Vergl. erste Mitteilung, pag. 9 [851] ff.

Schwerkraft $g + \triangle g + \triangle g''$ zu vermindern um die Anziehung $(- \triangle g')$ der benachbarten Teile der kondensierten Schicht. Hiebei darf man davon absehen, dass das Meeresniveau durch die Kondensation gestört wird.*) Ferner muss man unberücksichtigt lassen, dass der Punkt Q wegen Ungleichheiten der Dichtigkeit anders von der kondensierten Schicht angezogen wird als der Punkt P von der ebenen Platte.

Der Berechnung von $\triangle g'$ und $\triangle g''$ liegt die Formel für die Anziehung eines geraden Kreiszylinders auf den Mittelpunkt einer Basis zu Grunde. Ist a der Radius des Zylinders und h seine Höhe, θ die Dichte und k^2 die Konstante der Massenanziehung, so ist diese Anziehung gegeben durch den Ausdruck:

$$\delta g = 2\pi k^2 \theta (a + h - \sqrt{a^2 + h^2}), \qquad (a)$$

oder wenn man den Näherungswert

$$g = \frac{4}{3} \pi k^2 \theta_m R$$

einführt: $$\frac{\delta g}{g} = \frac{3\theta}{2\theta_m R} (a + h - \sqrt{a^2 + h^2}).$$

Entwickelt man die Wurzel für den Fall $h < a$, so wird:

$$\delta g = \frac{3\theta g}{2\theta_m R} \cdot h \left(1 - \frac{h}{2a} + \ldots\right) \qquad (a')$$

und unter Vernachlässigung des zweiten Gliedes der Klammer, womit die Höhe des Zylinders als sehr klein gegen seinen Radius vorausgesetzt wird:

$$\delta g = - \triangle g' = \frac{3\theta H}{2\theta_m R} \cdot g, \qquad (b)$$

wenn $h = H =$ der Meereshöhe der Station ist; θH ist die Flächendichtigkeit der aufs Meeresniveau kondensierten Schicht.**) (Vergl. Tabulierung von $\triangle g'$, Schw. Dreiecknetz, Band VII, pag. 35).

Zur Berechnung der topographischen Reduktion $\triangle g''$ zerlegt man das Terrain durch Zylinderflächen, die zentrisch um den Beobachtungsort liegen, in konzentrische Abschnitte. Das zwischen 2 Zylinderflächen liegende Terrain habe gegen die Station die mittlere, relative Höhe h_i. Die Anziehung eines Hohlzylinders mit den Radien a_i und a_{i+1} auf den im Basiszentrum gelegenen Stationspunkt ist gegeben durch die Differenz zweier Ausdrücke (a):

$$2\pi k^2 \theta (a_{i+1} - a_i + \sqrt{a_i^2 + h_i^2} - \sqrt{a_{i+1}^2 + h_i^2}). \qquad (c)$$

*) Vergl. l. c. pag. 6 [848] ff.

**) Vergl. idem pag. 6 [848].

Da die Terrainformen die Annahme gleicher Höhe h_i für den ganzen Umkreis im Allgemeinen nicht zulassen, legt man durch die Station 4 unter 45° sich schneidende Vertikalebenen, durch welche das zwischen 2 Zylinderflächen gelegene Terrain in 8 Ringsektoren geteilt wird. Die Anziehung eines solchen Ringsektors in vertikaler Richtung beträgt den 8. Teil von (c); berücksichtigt man den Näherungswert $g = \frac{4}{3} \pi k^2 . \theta_m R$, so wird sie gleich:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} (a_{i+1} - a_i + \sqrt{a_i^2 + h_i^2} - \sqrt{a_{i+1}^2 + h_i^2}). \qquad (d)$$

Die Reduktion auf horizontales Gelände für das gesamte umliegende Terrain wird dann gleich der Summe aller Ausdrücke (d), indem man für die Radien verschiedene Werte einführt. Es genügt, die genaue Berechnung nach (d) bis auf 15 km Entfernung zu erstrecken und das darüber hinaus liegende Terrain bis zu ca. 30 km nur summarisch zu berücksichtigen. Für den inneren Teil (bis 15 km) nimmt man als Radien an:

$$a = 0{,}5;\ 1;\ 1{,}5;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 8;\ 11;\ 15 \text{ km}.$$

Ist innerhalb 0,5 km das Terrain nicht eben, so zerlegt man nochmals:

$$a = 100,\ 200,\ 300,\ 400,\ 500 \text{ m}.$$

(vergl. Tabulierung für diese Zerlegung Schw. Dreiecknetz, Bd. VII, pag. 37).

Die summarische Berechnung der Anziehung für das zwischen 15 und 30 km Entfernung liegende Terrain wird in folgender Weise ausgeführt. Nimmt man für dieses Gebiet eine mittlere Höhe H_1 an, so ist die Reduktion auf horizontales Gelände gleich der Differenz der Anziehungen zweier Zylinder mit den Radien $a_1 = 15$ km und $a_2 = 30$ km und der Höhe $(H - H_1)$. Es ergibt sich dafür nach der Formel (a'):

$$\frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} (H - H_1) \left(1 - \frac{H - H_1}{2 a_2} - 1 + \frac{H - H_1}{2 a_1}\right),$$

und wenn man $\frac{H - H_1}{2 a_2}$ vernachlässigt:

$$\frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} \cdot \frac{(H - H_1)^2}{2 a_1} \qquad (e)$$

(vergl. Schw. Dreiecknetz, Bd. VII, pag. 36).

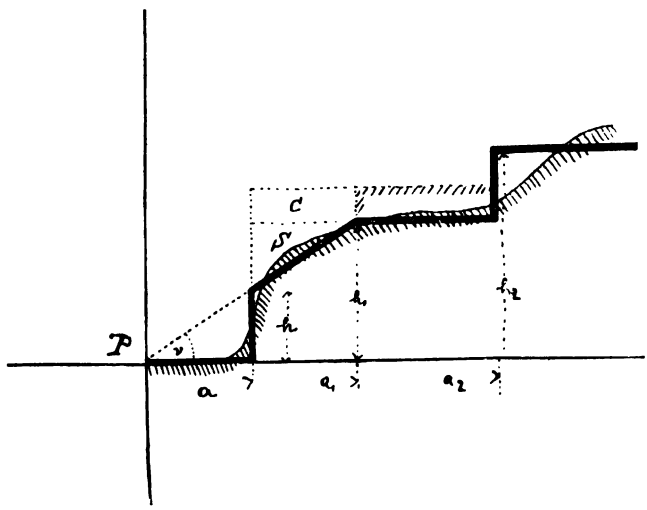
Bezeichnet man die Summe der Ausdrücke (d) bis zu 15 km Entfernung mit A_R, (e) mit A_P, so setzt sich die topographische Reduktion $\triangle g''$ aus den beiden Teilen zusammen:

$$\triangle g'' = A_R + A_P.$$

Zu beachten ist, dass A_R und A_P immer eine positive Korrektion der beobachteten Schwerkraft darstellen, da sowohl die Massen, welche über die ebene Platte hinausgehen als an ihr fehlen, den Wert, den man bei ebenem Terrain beobachtet hätte, verkleinern. Bei der Berechnung der relativen Höhen h und $(H - H_1)$ hat man sich deshalb davor zu hüten, positive und negative Werte sich aufheben zu lassen.

Herr Gehmr. Helmert hat in der Schrift „Die Schwerkraft im Hochgebirge" pag. 29 ff. statt der abgeleiteten Ausdrücke, die gewöhnlich unter der Bezeichnung „Zylinderformel" angeführt werden, die sogenannte „Trichterformel" zur Berechnung der Reduktion auf horizontales Gelände empfohlen. Die beiden Formeln unterscheiden sich wesentlich nur durch die verschiedene Berechnung der Anziehung derjenigen Massen, die in unmittelbarer Nähe der Station liegen. Als unmittelbar benachbart sollen im Folgenden die Massen innerhalb 500 m Entfernung gelten.

Der Trichterformel liegt folgende Profilform zu Grunde. Vom



Beobachtungsort P an bleibe das Terrain horizontal bis zur Entfernung a, steige dann plötzlich in die Höhe $H + h$; von hier an

sei das Terrain geneigt unter dem Winkel ν gegen die Horizontale; die nach rückwärts verlängerte Böschungslinie gehe durch den Beobachtungsort. In der Entfernung a_1 erreiche das Terrain die Höhe $H + h_1$, bleibe dann horizontal bis a_2, steige hier zur Höhe $H + h_2$ etc.

Die Trichterformel zur Berechnung der Reduktion auf horizontales Gelände lautet:*)

$$T = \frac{3\,\theta\,g}{2\,\theta_m R}\left\{(h_1 - \frac{h}{2})\sin\nu + \frac{h_2^2 - h_1^2}{2a_2} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2a_3} + \ldots\right\} \quad (f)$$

Man erhält diesen Ausdruck in folgender Weise. Entwickelt man in (c) die Wurzeln, so wird die Anziehung eines Hohlzylinders:

$$2\,\pi\,k^2\,\theta\left(\frac{h_i^2}{2a_i} - \frac{h_i^2}{2\,a_{i+1}}\right). \quad (c')$$

Setzt man $i = 0, 2, 3 \ldots$, indem man zunächst annimmt, das Terrain behalte von $a_0 = a$ an bis a_2 die relative Höhe h_1, so erhält man als Summe der Ausdrücke (c'):

$$\Sigma = 2\,\pi\,k^2\,\theta\,(\frac{h_1^2}{2a} + \frac{h_2^2 - h_1^2}{2a_2} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2a_3} + \ldots). \quad (g)$$

Hievon hat man noch abzuziehen die Anziehung eines Körpers S, der durch Rotation eines rechtwinckligen Dreiecks mit den Katheten $(h_1 - h)$ und $(a_1 - a)$, dessen verlängerte Hypotenuse durch den Beobachtungsort geht, erzeugt wird. Mit Hilfe des Ausdrucks

$$2\pi\,k^2\,\theta\,h\,(1 - \sin\nu),$$

der die Anziehung eines geraden Kreiskegels auf seine Spitze darstellt, wenn h seine Höhe und $(90 - \nu)$ der Winkel einer Erzeugenden mit der Axe ist, erhält man in Verbindung mit (a') für die Anziehung S dieses Körpers:

$$S = \left\{(h - h_1)\sin\nu + \frac{h_1^2 - h^2}{2a}\right\} 2\,\pi\,k^2\,\theta$$

Durch Subtraktion dieses Wertes von (g) wird:

$$T = \Sigma - S = 2\,\pi\,k^2\,\theta\left\{(h_1 - h)\sin\nu + \frac{h}{2}\cdot\frac{h}{a} + \frac{h_2^2 - h_1^2}{2a_2} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2a_3} + \ldots\right\}.$$

*) Vergl. a. a. O. pag. 30.

Da $\frac{h}{a} = \text{tang } \nu$, wofür man in ausreichender Genauigkeit sin ν setzen darf, erhält man den Ausdruck (f) unter Beachtung des Näherungswertes $g = \frac{4}{3} \pi k^2 \theta_m \cdot R$.

Die Berechnung nach der Zylinderformel setzt voraus, das umliegende Terrain werde bis in die nächste Umgebung des Stationspunktes in Zylinder zerlegt. Der Ausdruck:

$$P = \frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} \left(\frac{h_1^2}{2 a_1} + \frac{h_2^2 - h_1^2}{2 a_2} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2 a_3} + \dots \right) \qquad (h)$$

stellt die Reduktion für diese Art Zerlegung dar, wenn angenommen wird, das Terrain verlaufe eben bis zur Entfernung a_1, steige dann plötzlich in die Höhe $H + h_1$ etc. P ergibt sich aus der Formel (g), indem man $a = a_1$ werden lässt.

Ohne Rücksicht auf die bei der Reihenentwicklung der Wurzelgrössen vernachlässigten Glieder ist der Wert von P identisch mit $A_R + A_P$, wenn man die Berechnung von A_R erst bei a_1 (= 0,5 km) beginnt:

Aus den Formeln (f) und (h) ergibt sich:

$$T = P + \frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} \left\{ (h_1 - \frac{h}{2}) \sin \nu - \frac{h_1^2}{2 a_1} \right\} \qquad (i)$$

Das zweite Glied der rechten Seite von (i) stellt denjenigen Anteil an der Gesamtreduktion dar, der von den innerhalb a_1 gelegenen Massen herrührt, und kann dazu dienen, die nach den Formeln auf Seite 87 f. berechnete Reduktion $\triangle g''$ auf die Trichterformel zurückzuführen.

Beispiel zur Berechnung der topographischen Reduktion.

Station: Zermatt;
Meereshöhe: 1606,5 m.
Gesteinsdichte: $\theta = 2{,}7$.

1. Reduktion auf horizontales Terrain für das innerhalb 500 m Umkreis liegende Gebiet. Die folgende Tabelle enthält die absoluten und relativen, mittleren Höhen für die einzelnen Ringsektoren zwischen 100 und 200 m; 200 und 300 m; 300 und 400 m; 400 und 500 m. Erhebungen des Terrains innerhalb 100 m Entfernung werden vernachlässigt. Von den 4 Vertikalebenen, die das Terrain in 8 Sektoren

teilen, fällt die erste mit der Nordsüd-, die zweite mit der Ostwestrichtung zusammen; die dritte und vierte schneiden sie unter 45°. Die einzelnen Ringsektoren sind von Norden aus im Sinn des Uhrzeigers nummeriert von 1 bis 8.

Mittlere Höhen innerhalb 500 m Entfernung.

	100—200 m		200—300 m		300—400 m		400—500 m	
	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ	absolut	relativ
1	1620	14	1630	24	1660	54	1680	74
2	1610	4	1610	4	1610	4	1610	4
3	1610	4	1610	4	1610	4	1620	14
4	1610	4	1610	4	1610	4	1610	4
5	1610	4	1610	4	1620	14	1620	14
6	1625	19	1660	54	1680	74	1770	164
7	1660	54	1725	119	1820	214	1950	344
8	1650	44	1700	94	1770	164	1950	344

Die Anziehung der einzelnen Teile wird für $\theta = 1$ in Einh. der 5. Dez. von g in m (vergl. Schw. Dreiecknetz, Band VII, pag. 37):

	100—200	200—300	300—400	400—500	Summe
1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,04
2	00	00	00	00	00
3	00	00	00	00	00
4	00	00	00	00	00
5	00	00	00	00	00
6	02	03	01	03	09
7	05	06	08	11	30
8	04	05	05	11	25
Summe	0,12	0,15	0,15	0,26	**0,68**

Die Reduktion auf horizontales Terrain innerhalb 500 m beträgt somit

$$0{,}68 \cdot \theta \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

Für $\theta = 2{,}7$: $\mathbf{1{,}84} \cdot 10^{-5}$ m.

2. Reduktion auf horizontales Terrain für das zwischen 0,5 und 15 km. Entfernung liegende Gebiet. Die absoluten und relativen mittleren Höhen sind:

km	I 0,5—1,0	II 1,0—1,5	III 1,5—2,0	IV 2,0—3,0	V 3,0—4,0	VI 4,0—6,0	VII 6,0—8,0	VIII 8,0—11,0	IX 11,0—15,0
	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.	abs. rel.
1	1905 295	1810 200	1915 305	1960 350	2000 390	1960 350	2070 460	2390 780	2790 1180
2	1715 105	1845 295	1940 330	2250 640	2545 935	2775 1165	2625 1015	3480 1870	3250 1640
3	1740 130	2030 420	2170 560	2275 665	2510 900	2710 1100	3010 1400	3270 1660	3225 1615
4	1710 100	1905 295	2000 390	2310 700	2500 890	2750 1140	2710 1100	3275 1665	3620 2010
5	1660 50	1705 95	1790 180	1850 240	2165 550	2470 860	2920 1310	3220 1610	2750 1140
6	1825 215	2025 415	2250 640	2430 820	2510 900	2555 945	2765 1155	3070 1460	3090 1480
7	2130 520	2210 600	2400 790	2540 930	2775 1165	3300 1690	3340 1730	3075 1465	2900 1290
8	2100 490	2380 770	2450 840	2800 1190	3075 1465	2925 1315	3210 1600	3185 1575	2900 1290

Diese Höhen sind, wie die auf der vorhergehenden Seite angegebenen, mit Hilfe der Siegfriedblätter im Massstab 1: 50000 bestimmt worden. Bei regelmässig geneigtem Terrain sind sie das Mittel der niedersten und höchsten Kote des betreffenden Terrainteiles; bei unregelmässiger Gestaltung, besonders der grössern Flächenstücke, ist jeder Teil wieder in kleinere Stücke zerlegt worden, für welche als mittlere Höhe das Mittel der niedersten und höchsten Kote genommen wurde. Für das italienische Gebiet sind, soweit es nicht auf den Siegfriedblättern enthalten ist, die italienischen Aufnahmen im Massstab 1: 50000 benützt worden. Die aus ihnen bestimmten mittleren Höhen sind etwas unsicherer als die aus den Siegfriedblättern abgeleiteten, da in Fels- und besonders Gletschergebieten Höhenkoten nur spärlich angegeben sind.

Die relativen Höhen sind gegen den abgerundeten Wert $H = 1610$ m gebildet.

Die Anziehung der einzelnen Teile wird für $\theta = 1$ nach pag. 37 des VII. Bandes Schw. Dreiecknetz in Einheiten von 10^{-5} m:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Summe
1	0,20	0,04	0,04	0,06	0,04	0,03	0,03	0,05	0,09	0,58
2	04	05	05	17	18	27	11	29	17	1,33
3	05	15	13	18	17	25	20	24	16	1,53
4	03	07	06	20	17	27	13	24	24	1,41
5	01	01	02	03	06	15	18	22	08	0,76
6	12	14	17	26	17	19	14	19	14	1,52
7	49	26	24	33	21	56	30	19	11	2,75
8	45	40	26	51	41	36	26	22	11	2,98
Summe	1,39	1,12	0,97	1,74	1,47	2,08	1,35	1,64	1,10	**12,86**

Die Reduktion auf horizontales Terrain für das zwischen 0,5 und 15 km Entfernung liegende Gebiet beträgt demnach:

$$12{,}86 \cdot \theta \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

Für $\theta = 2{,}7$ $\qquad$ $\mathbf{34{,}7} \cdot 10^{-5}$ m.

3. Zur Berechnung der topographischen Reduktion des über 15 km hinaus liegenden Gebietes ist die Kenntnis seiner mittleren Höhe H_1 notwendig. Diese wird abgeleitet aus den mittleren Höhen

der einzelnen Siegfriedblätter, die von Hrn. Dr. Messerschmitt bestimmt wurden zur Berechnung der topographischen Reduktionen derjenigen Stationen, die im VII. Band des Schweiz. Dreiecknetzes veröffentlicht sind. Für jedes Blatt im Massstab 1: 50000 sind 4 mittlere Höhen bestimmt mit einer Genauigkeit von schätzungsweise $\pm$ 300 m; sie beziehen sich auf 4 rechteckige, gleich grosse Teile eines Blattes. Auf italienischem Gebiet sind die Höhen den Blättern im Massstab 1: 100000 entnommen.

Für die Station Zermatt sind die mittleren Höhen (in Metern) bis zu einer Entfernung von ca. 30 km:

		1710	1710	1440		
	1730	2190	2440	1710	2420	
1635	2215	2395	2425	2210	2670	1810
2170	2435	2610	1975	2900	2600	2250
2780	2545	3275	3175	3150	2550	1710
2925	3010	2860	2200	2975	2370	1810
2975	3025	2790	3175	3250	1940	1540
2560	2600	2400	2890	3000	2150	1600
	2450	2090	2260	2340	1700	
		1710	2225	2075		
			1675			

Das Gesamtmittel dieser Höhen H_2:

$$H_2 = 2363 \text{ m}$$

ist die mittlere Höhe des umliegenden Terrains bis zu 30 km Entfernung. Bis zur Entfernung von 15 km erhält man aus den Höhenangaben auf Seite 93:

mittlere Höhe von	0,5	bis	1	km	1850	m	Gew.	0,75
	1,0	„	1,5	„	1990	„	„	1,25
	1,5	„	2,0	„	2115	„	„	1,75
	2,0	„	3,0	„	2300	„	„	5
	3,0	„	4,0	„	2410	„	„	7
	4	„	6	„	2680	„	„	20
	6	„	8	„	2830	„	„	28
	8	„	11	„	2995	„	„	57
	11	„	15	„	3065	„	„	104

mittlere Höhe von 0 bis 15 km $H_3 = 2929$ m.

Aus $H_2 = 2363$ m und $H_3 = 2929$ m erhält man die mittlere Höhe H_1 des Terrains zwischen 15 und 30 km Entfernung nach der Formel:

$$4H_2 = H_3 + 3H_1$$

$$H_1 = \frac{4H_2 - H_3}{3} = 2174 \text{ m.}$$

$$H = 1606 \text{ m.}$$

$$H_1 - H = 568 \text{ m.}$$

Damit wird $A_P = 0{,}436 \cdot \theta \cdot 10^{-5}$ m.

Für $\theta = 2{,}7$ $A_P = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ m.

Diese Art der Berechnung der mittleren Höhe H_1 kann indessen sehr fehlerhaft sein. Das ist besonders dann der Fall, wenn die mittleren Höhen H_2 und H_3 mit der Stationshöhe ungefähr übereinstimmen, bei ihrer Berechnung sich aber bedeutende Erhebungen über oder unter das Stationsniveau aufgehoben haben. Da sowohl positive als negative, relative Höhen einen Beitrag zur topographischen Reduktion liefern, kommt es nur auf den absoluten Betrag der relativen Höhen an. Es sei h_1 das Mittel der absolut genommenen, relativen Höhen zwischen 15 und 30 km Entfernung, h_2 das entsprechende Mittel zwischen 0 und 30 km, h_3 zwischen 0 und 15 km. Dann ist offenbar statt $(H_1 - H)$ zur Berechnung von A_P der Wert h_1 anzuwenden; h_1 ergibt sich aus h_2 und h_3

$$h_1 = \frac{4h_2 - h_3}{3}$$

Bildet man die Mittel der absolut genommenen, relativen Höhen, so erhält man:

$$h_2 = 765 \text{ m}$$

$$h_3 = 1356 \text{ m}$$

und daraus

$$h_1 = 568 \text{ m}$$

Das Resultat ist identisch mit $H_1 - H = 568$, weil alle relativen Höhen positiv sind.

Für die Station Schwarzsee sind beispielsweise die entsprechenden Zahlen:

$H_2 = 2377$ m $\quad h_2 = 454$ m

$H_3 = 2913$ m $\quad h_3 = 404$ m

$$H_1 = 2198 \text{ m}$$
$$H - H_1 = 387 \text{ m statt } h_1 = 471 \text{ m},$$

also um 84 m von einander abweichend.

Die topographische Reduktion der Station Zermatt beträgt somit:

1.	für die Entfernung	von 100	bis 500 m	$0{,}68\,\theta =$	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$ m
2.	„ „ „	„ 0,5	„ 15 km	$12{,}86\,\theta =$	34,7
3.	„ „ „	„ 15	„ 30 km	$0{,}44\,\theta =$	1,2
				Summe $\triangle g'' = 13{,}98\,\theta =$	**$37{,}7 \cdot 10^{-5}$** m

Die Anwendung der Trichterformel erfordert die Aufzeichnung einer Anzahl Profile für die nächste Umgebung der Station. Hiezu sind die mittleren Höhen auf Seite 92 zwischen 100 und 500 m Entfernung benützt worden; es ergeben sich damit 8 Profile. Für jedes dieser Profile ist der Ausdruck

$$\frac{3\,\theta\,g}{2\,\theta_m\,R}\left\{(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu - \frac{h_1'^2}{2a_1}\right\}$$

zu bestimmen und von ihrer Summe der 8. Teil zu nehmen. Vom Stationspunkt aus wird eine an die Form des Profils sich möglichst anschliessende Gerade gezogen; sie schneidet auf der Ordinate in 500 m Entfernung die relative Höhe h_1' ab; diese ist aber nicht, wie in der Profilform (Seite 89) vorausgesetzt, identisch mit der mittleren Höhe h_1 im Intervall $a_1 = 500$ bis $a_2 = 1000$ m. Es wird also damit eine andere, etwas allgemeinere Profilform angenommen: Die Böschungslinie erreicht in der Entfernung a_1 die relative Höhe h_1', steigt dann plötzlich zur Höhe h_1, welche das Terrain bis a_2 beibehält etc. Um die Trichterformel für diese Profilform zu erhalten, hat man von dem Ausdruck (g) auf Seite 90 ausser der Anziehung des Rotationskörpers S auch noch diejenige von C (vergl. Fig. Seite 89) abzuziehen. Diese ist gleich der Differenz der Anziehung zweier Hohlzylinder, die beide die Dicke $a_1 - a$ haben, von denen der eine die Höhe h_1, der andere h_1' hat; nach der Formel (c') Seite 90 ist sie also gleich:

$$C = 2\,\pi\,k^2\,\theta\left\{\frac{h_1^2 - h_1'^2}{2a} - \frac{h_1^2 - h_1'^2}{2a_1}\right\}.$$

Setzt man wieder $\sin \nu$ statt $\frac{h}{a} = \operatorname{tang} \nu$, so erhält man

$$T = \Sigma - (S + C) = \frac{3\,\theta\, g}{2\,\theta_m\, R}\left\{(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu + \frac{h_1^2 - h_1'^2}{2a_1} + \frac{h_2^2 - h_1^2}{2a_2} + \frac{h_3^2 - h_2^2}{2a_3} + \ldots\right\}$$

Durch Vergleichung mit der Zylinderformel (h) auf Seite 91 folgt:

$$T = P + \frac{3\,\theta\, g}{2\,\theta_m\, R}\left\{(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu - \frac{h_1'^2}{2a_1}\right\}$$

Man hat also einfach statt h_1 h_1' einzuführen.

Diese abgeänderte, allgemeinere Profilform kann übrigens auch als Spezialfall der frühern aufgefasst werden, indem man $a = a_1$, $h_1 = h_1'$ werden lässt und die Indices der übrigen a und h je um 1 vermindert.

Die folgende Tabelle enthält die Daten zur Berechnung des letzten Gliedes der vorigen Formel. h_1' wird von der Böschungslinie in der Entfernung $a_1 = 500$ m auf der Ordinate abgeschnitten; eine zweite innerhalb 500 m stehende Ordinate, deren Stellung sich nach der Profilform richtet, bestimmt h. Bei der praktischen Durchführung habe ich die Erfahrung gemacht, dass über die Wahl der Stellung der Böschungslinie und der Ordinate h oft eine gewisse Unsicherheit bestehen bleibt. Nach der Zylinderformel dagegen erfolgt die Berechnung der topographischen Reduktion frei von Willkür, wenn die detaillierten Aufnahmen des Siegfriedatlas verwendet werden.

Der Böschungswinkel ν ergibt sich aus:

$$\operatorname{tang} \nu = \frac{h_1'}{a_1} = \frac{h_1'}{500}$$

Profil No.	h_1' in Meter	h	$\sin \nu$	$(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu$	$\frac{h_1'^2}{2a_1}$	Differenz
1.	70	20	0,14	8,4	4,9	3,5
2.	0	0	0	0	0	0
3.	0	0	0	0	0	0
4.	0	0	0	0	0	0

LIBRARY OF THE UNIVERSITY

Profil No.	h_1' in Meter	h	$\sin\nu$	$(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu$	$\frac{h_1'^2}{2a_1}$	Differenz
5.	10	5	0,02	0,2	0,1	0,1
6.	120	30	0,23	24,1	14,4	9,7
7.	280	80	0,49	117,4	78,4	39,0
8.	250	70	0,45	96,8	62,5	34,3
			Summe	246,9	160,3	86,6

Für $g = 9{,}805$ m
$R = 6371$ km
$\theta_m = 5{,}6$

wird der Faktor:

$$\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{2\theta_m}\cdot\frac{g}{R} = 0{,}00\ 515_3 \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

Es ist somit

$$\sum\frac{1}{8}\cdot\frac{3\theta}{2\theta_m}\cdot\frac{g}{R}\left\{(h_1' - \frac{h}{2})\sin\nu - \frac{h_1'^2}{2a_1}\right\} = 86{,}6 \cdot 0{,}00\ 515_3 \cdot \theta \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

$$= 0{,}446 \cdot \theta \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

$$= 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{m} \quad \text{für } \theta = 2{,}7$$

Nach der Trichterformel erhält man somit:

nach S. 94: $P = 34{,}7 \cdot 10^{-5}$ m

also $A_R = -P + 1{,}2 \cdot 10^{-5} = 35{,}9$

$A_P = 1{,}2$

$$\triangle g'' = A_R + A_P = 37{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{m},$$

während die reine Zylinderformel ergeben hatte (Seite 97):

$$\triangle g'' = 37{,}7 \cdot 10^{-5}\ \text{m}.$$

Die folgenden Tabellen enthalten für die übrigen Stationen 1. unter „h" die mittlere relative Höhe in m; 2. unter „A" die Anziehungen der einzelnen Ringsektoren in Einh. der 5. Dez. von g in m. Die Kreisringe innerhalb 500 m sind mit a, b, c, d bezeichnet, die übrigen mit den römischen Ziffern I bis IX. Neben der genauen Stationshöhe H ist in Klammern ihr abgerundeter Betrag beigefügt, der zur Bildung der relativen Höhen zwischen 0,5 und 15 km Entfernung verwendet wurde.

	a	b	c	d	ΣA	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	ΣA
	h A	h A	h A	h A		h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	
Station Riffelberg H = 2569 (2570) m.															
1	— 20 0,02	— 65 0,03	— 90 0,02	— 100 0,01	0,08	— 140 0,06	— 190 0,04	— 500 0,10	— 530 0,12	— 470 0,05	— 230 0,01	— 260 0,01	— 280 0,01	665 (155) 0,03	0,43
2	10 01	10 00	20 00	25 00	01	65 02	30 00	— 30 00	— 180 (— 50) 02	— 190 (5) 01	160 01	350 02	640 04	790 04	0,16
3	30 03	55 03	70 01	70 01	08	140 06	260 06	315 04	265 03	215 01	190 01	550 03	1030 09	390 (290) 01	0,34
4	30 03	55 03	80 02	100 01	09	40 01	230 05	10 00	— 10 00	120 00	450 04	960 10	1090 10	390 01	0,31
5	20 02	40 02	40 01	70 01	06	80 02	— 70 01	— 90 01	60 01	255 02	700 10	910 09	430 02	— 120 00	0,28
6	0 00	10 00	— 15 00	— 20 00	00	— 85 02	— 210 04	— 320 04	— 90 01	195 01	390 04	640 04	275 (205) 02	350 (330) 01	0,23
7	— 20 02	— 80 04	— 125 03	— 210 04	13	— 320 23	— 470 17	— 640 17	— 535 12	— 240 01	— 70 00	200 00	490 03	590 02	0,75
8	— 20 02	— 70 04	— 170 06	— 245 06	18	— 385 31	— 470 17	— 695 19	— 795 25	— 540 06	— 100 00	430 02	605 04	590 02	1,06
ΣA	0,15	0,19	0,15	0,14	0,63	0,73	0,54	0,55	0,56	0,17	0,21	0,31	0,35	0,14	3,56
Station Gornergrat H = 3019 (3020) m.															
1	25 0,02	— 5 0,00	— 80 0,02	— 70 0,01	0,05	— 110 0,04	— 270 0,06	— 260 0,03	— 530 0,12	— 530 0,06	— 195 0,01	— 370 0,02	— 360 0,02	— 10 0,00	0,36
2	40 04	50 02	50 01	50 00	07	— 5 00	— 20 00	80 01	— 65 01	— 25 00	— 70 00	150 00	505 03	— 20 00	0,05
3	25 02	— 50 03	— 105 02	— 105 01	08	— 270 17	— 340 09	— 355 05	— 315 04	— 145 00	160 01	580 04	180 01	— 620 02	0,43
4	— 110 10	— 220 13	— 275 11	— 355 11	45	— 410 34	— 410 14	— 400 06	— 315 04	— 110 00	220 01	800 07	550 04	— 345 01	0,71
5	— 110 10	— 250 15	— 295 12	— 355 11	48	— 420 36	— 420 15	— 430 07	— 355 06	— 120 00	570 07	430 02	— 20 00	— 575 02	0,75
6	— 75 08	— 70 04	— 150 04	— 205 04	20	— 280 18	— 370 12	— 395 06	— 490 11	— 360 03	— 70 00	110 00	— 20 00	— 430 01	0,51
7	— 20 02	— 70 03	— 65 01	— 110 01	07	— 155 07	— 260 06	— 335 05	— 545 13	— 870 16	— 790 13	— 450 03	— 80 01	70 00	0,64
8	— 10 01	— 20 01	— 80 02	— 100 01	05	— 165 07	— 290 07	— 390 06	— 670 18	— 945 18	— 1130 26	— 750 06	— 310 01	20 00	0,89
ΣA	0,39	0,41	0,35	0,30	1,45	1,23	0,69	0,39	0,69	0,43	0,49	0,24	0,12	0,06	4,34

	a	b	c	d	ΣA	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	ΣA
	h A	h A	h A	h A		h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	
Station Bétempshütte H = 2800 m.															
1	0 0,00	0 0,00	— 30 0,01	— 40 0,00	0,01	— 40 0,01	50 0,00	65 0,01	145 0,01	425 0,04	230 0,01	325 0,01	360 0,02	490 0,02	0,13
2	30 03	80 04	60 01	60 01	09	90 03	210 04	365 05	365 06	440 04	610 08	310 01	— 100 01	— 375 01	0,33
3	70 06	120 06	150 05	170 03	20	80 02	380 12	515 11	800 25	1050 22	1165 27	— 200 00	— 200 01	— 690 03	1,03
4	50 04	90 04	40 01	90 01	10	— 145 05	290 07	420 07	600 15	1190 28	1075 23	540 03	— 115 01	— 610 02	0,91
5	— 30 03	0 00	30 01	60 01	05	100 03	185 03	300 04	560 13	900 17	775 12	140 00	— 250 01	— 545 02	0,55
6	— 30 03	— 15 01	— 15 00	— 10 00	04	— 25 01	15 00	250 03	400 07	400 04	740 11	625 04	215 01	— 235 01	0,32
7	— 45 04	— 40 02	— 45 01	— 45 00	07	— 100 03	— 115 01	— 120 01	— 175 02	— 160 01	— 120 00	— 250 01	— 195 01	240 01	0,11
8	— 60 05	— 60 03	— 60 01	— 60 01	10	— 115 04	— 130 02	— 130 01	— 100 01	225 01	— 110 00	— 360 02	— 390 02	— 320 01	0,14
ΣA	0,28	0,20	0,11	0,07	0,66	0,22	0,29	0,33	0,70	0,81	0,82	0,12	0,10	0,13	3,50
Station Schwarzsee H = 2585 (2590) m.															
1	— 50 0,05	— 80 0,04	— 110 0,03	— 135 0,02	0,14	— 225 0,12	— 420 0,14	— 590 0,15	— 350 0,06	— 300 0,02	— 315 0,02	— 25 0,00	— 275 0,01	35 0,00	0,52
2	— 35 04	— 65 03	— 110 03	— 155 03	13	— 280 18	— 470 17	— 590 14	— 585 14	— 425 04	— 310 02	— 60 00	260 01	640 02	0,72
3	— 65 06	— 95 05	— 110 03	— 135 04	18	— 190 09	— 240 05	— 290 04	— 140 01	15 00	90 00	235 00	580 04	1140 08	0,31
4	— 95 09	— 125 07	— 155 04	— 130 02	22	— 40 01	150 03	200 02	335 05	310 02	540 06	1040 12	830 06	90 00	0,37
5	— 65 06	— 80 04	— 65 01	— 65 01	12	10 00	185 03	330 05	390 07	560 06	475 05	205 00	80 01	— 260 01	0,28
6	0 00	— 50 03	— 5 00	10 00	03	110 11	195 04	270 03	360 05	740 11	730 11	270 01	410 02	375 01	0,49
7	— 5 01	— 25 01	— 35 01	— 35 00	03	— 40 01	10 00	— 100 02	— 190 02	— 90 00	70 00	490 03	735 05	315 01	0,14
8	— 35 04	— 65 03	— 95 02	— 110 01	10	— 170 08	— 325 09	405 06	280 04	235 01	520 06	785 07	590 04	260 01	0,46
ΣA	0,35	0,30	0,17	0,13	0,95	0,60	0,55	0,51	0,44	0,26	0,32	0,23	0,24	0,14	3,29

	a	b	c	d	ΣA	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	ΣA
	h A	h A	h A	h A		h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	
Station Randa H = 1410 m.															
1	0	0 0,00	0 0,00	70 0,01	0,01	80 0,02	180 0,03	235 0,03	310 0,04	430 0,04	710 0,10	625 0,04	580 0,04	415 0,01	0,35
2		70 03	120 03	190 04	10	345 26	490 18	665 17	1065 42	1390 37	1980 75	2040 42	1390 17	600 02	2,76
3		90 05	150 04	215 05	14	380 30	615 27	700 19	1190 51	1615 48	2015 77	2270 51	1730 26	1390 12	3,41
4		40 02	60 01	90 01	04	180 09	210 04	440 08	595 15	830 14	1000 21	1290 18	1460 19	1750 19	1,27
5		0 00	0 00	0 00	0	50 02	185 03	210 02	210 02	655 09	930 18	1030 12	980 07	1110 07	0,62
6		0 00	40 01	45 00	01	270 17	720 36	970 33	1340 62	1515 43	765 12	1865 36	1765 27	1545 15	2,81
7		0 00	30 01	60 01	02	270 17	500 19	705 19	1220 53	1800 58	2300 97	1940 39	1370 16	970 06	3,24
8		0 00	0 00	0 00	00	120 04	690 33	540 12	890 30	1315 34	1515 46	1295 18	1370 16	1060 67	2,00
ΣA	0	0,10	0,10	0,12	0,32	1,07	1,43	1,13	2,59	2,47	3,56	2,20	1,32	0,69	16,46
Station St. Niklaus H = 1113 (1110) m.															
1	0	40 0,02	30 0,01	40 0,00	0,03	40 0,01	115 0,01	220 0,02	235 0,03	655 0,09	555 0,07	705 0,05	440 0,02	50 0,00	0,30
2		20 01	30 01	60 01	03	190 10	255 06	370 05	840 27	915 17	1090 25	540 03	750 05	1320 11	1,09
3		40 02	90 02	125 01	05	300 20	585 25	780 23	970 36	1335 35	1740 59	1770 32	1170 12	1290 11	2,53
4		40 02	90 02	125 01	05	270 17	550 28	710 20	940 34	1340 35	1630 53	2090 44	2180 40	1970 23	2,89
5		— 10 00	30 01	35 00	01	165 08	105 01	230 03	355 06	585 07	930 18	1080 13	1490 20	1560 15	0,91
6		60 03	90 01	110 01	05	340 25	560 23	940 31	1305 59	1525 43	1950 72	1900 37	1830 29	1390 12	3,31
7		60 03	110 02	160 03	08	425 36	840 45	1140 42	1550 79	1665 51	1820 64	1345 19	1170 11	1440 13	3,60
8		50 02	80 02	120 01	05	440 38	560 23	790 24	1125 47	1530 43	1510 46	1520 24	1220 12	365 01	2,58
ΣA	0	0,15	0,12	0,08	0,35	1,55	1,47	1,50	2,91	2,40	3,44	1,77	1,31	0,86	17,21

	a	b	c	d	ΣA	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	ΣA
	h A	h A	h A	h A		h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	h A	
Station Visp H = 652 (650) m.															
1	0	0	0	0	0	0 0,00	30 0,00	230 0,03	520 0,12	880 0,16	1380 0,36	1630 0,27	1650 0,24	2000 0,24	1,42
2						20 01	40 00	30 00	165 02	280 02	425 04	560 04	535 03	990 06	0,22
3						250 15	385 12	450 08	575 14	865 16	810 13	1390 20	1400 17	1540 15	1,30
4						145 06	250 06	280 04	460 09	610 07	830 14	1280 17	1490 20	1800 20	1,03
5						115 04	160 03	370 05	450 09	640 08	820 14	900 09	1140 11	1540 15	0,78
6						220 12	470 17	585 14	840 28	830 14	910 17	1170 14	1580 22	1550 15	1,53
7						60 02	95 01	125 01	90 01	170 01	345 03	510 03	780 05	770 04	0,21
8						0 00	10 00	170 02	255 03	520 05	1070 24	1495 23	1900 30	1820 20	1,07
ΣA	0	0	0	0	0	0,40	0,39	0,37	0,78	0,69	1,25	1,17	1,32	1,19	7,56

Unter den „h“ der Station Riffelberg ist mehrmals eine zweite, relative Höhe in Klammern beigefügt; diese entspricht der wirklichen mittleren Höhe des betreffenden Ringsektors. Die darüber stehende berücksichtigt, dass sich bei der Bildung der mittleren absoluten Höhe positive und negative relative Höhen aufgehoben haben; sie ist deshalb, absolut genommen, immer grösser als die wirkliche, mittlere relative Höhe des Terrainteiles und gibt folglich auch einen richtigeren Wert von A. Der Unterschied ist übrigens geringfügig.

Die folgenden Tabellen enthalten die absoluten Höhen in Metern für das innerhalb ca. 30 km Umkreis liegende Gebiet; für jede Station ist das Mittel H_2 dieser absoluten Höhen, sowie das Mittel h_2 der absolut genommenen, relativen Höhen (gegen die Stationshöhe) angegeben.

Riffelberg

		2190	2435	1710		
	2215	2395	2425	2210	2670	
(2170)*)	2435	2610	1975	2900	2600	(2250)
2780	2545	3275	3175	3150	2550	1710
2925	3010	2860	2200	2975	2370	1810
2975	3025	2790	3175	3250	1940	1540
2560	2600	2400	2890	3000	2150	1600
(2180)	2450	2090	2260	2340	1700	(1240)
	1580	1710	2225	2075	1740	
		1000	1675	1910		

$H_2 = 2369$ $h_2 = 459$

Gornergrat

		2190	2435	1710			
	2215	2395	2425	2210	2670		
	2435	2610	1975	2900	2600	2250	
	2545	3275	3175	3150	2550	1710	
2430	3010	2860	2200	2975	2370	1810	1300
2925	3025	2790	3175	3250	1940	1540	
2970	2600	2400	2890	3000	2150	1600	
2320	2450	2090	2260	2340	1700	1240	
	1580	1710	2225	2075	1740		
		1000	1675	1910	1630		

$H_2 = 2320$ $h_2 = 732$

Bétempshütte

		2395	2425	2210	2670		
	2435	2610	1975	2900	2600	2250	
	2545	3275	3175	3150	2550	1710	
	3010	2860	2200	2975	2370	1810	
2950	3025	2790	3175	3250	1940	1540	1300
2770	2600	2400	2890	3000	2150	1600	1530
	2450	2090	2260	2340	1700	2400	
	1580	1710	2225	2075	1740	1200	
		1000	1675	1910	1860		

$H_2 = 2319$ $h_2 = 601$

*) Die eingeklammerten Zahlen haben halbes Gewicht,

Schwarzsee

		2190	2435	1710		
	2215	2395	2425	2210	2670	
2170	2435	2610	1975	2900	2600	
2780	2545	3275	3175	3150	2550	1710
2925	3010	2860	2200	2975	2370	1810
2975	3025	2790	3175	3250	1940	1540
2560	2600	2400	2890	3000	2150	1600
2180	2450	2090	2260	2340	1700	
	1580	1710	2225	2075	1740	
		1000	1675	1910		

$H_2 = 2377$ $h_2 = 454$

Randa

	1425	1615	1720	1390	
1210	1710	1710	1440	1670	2400
1730	2190	2440	1710	2420	2210
2215	2400	2425	2210	2670	1810
2435	2610	1975	2900	2600	2250
2545	3275	3175	3150	2550	1710
3010	2860	2220	2975	2370	1810
3025	2790	3175	3250	1940	1540
2600	2400	2890	3000	2150	1600
	2090	2260	2340	1700	

$H_2 = 2284$ $h_2 = 882$

St. Niklaus

		2270	2500		
	2200	2130	2520	2160	
1575	1425	1615	1720	1390	2140
1210	1710	1710	1440	1670	2400
1730	2190	2440	1710	2420	2210
2215	2400	2425	2210	2670	1810
2435	2610	1975	2900	2600	2250
2545	3275	3175	3150	2550	1710
3010	2860	2200	2975	2370	1810
	2790	3175	3250	1940	

$H_2 = 2265$ $h_2 = 1152$

Visp

		2085	1960	2710		
	1910	2665	2635	3395	2940	
	2585	2270	2500	2990	2300	
2420	2200	2130	2520	2160	1670	2145
1575	1425	1615	1720	1390	2140	2220
1210	1705	1710	1440	1670	2400	2040
1730	2190	2435	1710	2420	2210	1510
2210	2395	2425	2210	2670	1810	1600
	2610	1975	2900	2600	2250	
		3175	3150	2550		

$H_2 = 2164$ $h_2 = 1512$

Zusammenstellung der mittleren absoluten und absolut genommenen relativen Höhen.

Station	Stations-höhe H	Mittelwert der absoluten Höhe zwischen			Mittel der abs. genommenen relativen Höhen zw.			$\pm(H - H_2)$	$\pm(H - H_1)$
		0 und 30 km H_2	0 und 15 km H_3	15 und 30 km H_1	0 und 30 km h_2	0 und 15 km h_3	15 und 30 km h_1		
Zermatt . .	1606	2363	2929	2174	765	1356	568	757	568
Riffelberg .	2569	2369	2925	2184	459	486	450	200	385
Gornergrat .	3019	2320	2891	2130	731	303	874	699	889
Bétempshütte	2800	2319	2753	2174	601	386	673	481	626
Schwarzsee .	2585	2377	2913	2198	454	404	471	208	387
Randa . . .	1410	2284	2685	2150	882	1234	765	874	740
St. Niklaus .	1113	2265	2337	2241	1152	1228	1127	1152	1128
Visp . . .	652	2164	1920	2245	1512	1269	1593	1512	1593

Für $\frac{A_P}{\theta}$ erhält man aus den mit h_1 bezeichneten, mittleren relativen Höhen des zwischen 15 und 30 km liegenden Gebietes folgende Beträge in Einh. der 5. Dez. von g in m:

Station	$\frac{A_P}{\theta}$
Zermatt	0,44
Riffelberg	0,28
Gornergrat	1,05
Bétempshütte . . .	0,62
Schwarzsee	0,31
Randa	0,81
St. Niklaus	1,75
Visp	3,49

Im Allgemeinen sind in der obigen Tabelle die Werte von h_1 und h_2 grösser als die ihnen entsprechenden Differenzen $(H - H_1)$ und $(H - H_2)$. Bei ungünstigen Verhältnissen können die Unterschiede zwischen beiden bis zu mehreren hundert Meter gehen; unter den obigen Stationen zeigt Schwarzsee den grössten Unterschied zwischen h_1 und $(H - H_1)$ mit 84 m.*)

Die Daten, die notwendig sind, um nach S. 89 f. resp. 97 f. die Berechnung nach der Zylinderformel auf die Trichterformel zurückzuführen, sind in der folgenden Tabelle enthalten. Unter D ist die Differenz

$$D = (h_1' - \frac{h}{2}) \sin \nu - \frac{h_1^2}{2a_1}$$

aufgeführt.

Profil	h_1'	h	$\sin \nu$	D	Profil	h_1'	h	$\sin \nu$	D
Riffelberg					**Gornergrat**				
1	100	30	0,20	7,0	1	80	20	0,16	4,8
2	30	10	0,06	0,6	2	80	20	0,16	4,8
3	90	30	0,18	5,4	3	120	35	0,23	8,6
4	105	30	0,20	7,1	4	390	60	0,62	71,1
5	70	20	0,14	3,5	5	400	120	0,62	51,0
6	25	15	0,05	0,3	6	220	40	0,40	31,7
7	190	55	0,36	22,3	7	120	30	0,23	9,6
8	210	60	0,39	26,1	8	105	50	0,20	5,0

*) Im VII. Band des Schweiz. Dreiecknetzes sind zur Berechnung von A_P die hier mit $(H - H_2)$ bezeichneten rel. Höhen verwendet worden; der Fehler, der dadurch entstanden ist, kann in einzelnen Fällen den Betrag von 1 bis 2 Einh. der 5. Dez. von g in m erreichen.

Profil	h_1'	h	sin ν	D
Bétempshütte				
1	45	30	0,09	0,7
2	110	30	0,22	8,8
3	205	50	0,38	26,4
4	130	30	0,25	11,9
5	60	20	0,12	2,4
6	40	10	0,08	1,2
7	70	10	0,14	3,5
8	100	20	0,20	8,0
Randa				
1	80	65	0,16	1,3
2	190	95	0,36	15,0
3	220	100	0,40	19,6
4	90	40	0,18	4,5
5	0	0	0	0
6	60	35	0,12	1,4
7	65	40	0,13	1,6
8	0	0	0	0
Visp				
1	0	0		
2	etc.	etc.		
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Profil	h_1'	h	sin ν	D
Schwarzsee				
1	150	15	0,29	18,7
2	155	30	0,30	18,0
3	100	20	0,20	0,0
4	220	40	0,40	31,6
5	120	30	0,23	9,8
6	60	20	0,12	2,4
7	45	10	0,09	1,6
8	120	20	0,23	10,9
St. Niklaus				
1	45	20	0,09	1,1
2	55	25	0,11	1,7
3	130	60	0,25	8,1
4	130	60	0,25	8,1
5	40	20	0,08	0,8
6	120	55	0,23	7,0
7	160	70	0,31	13,1
8	125	55	0,24	7,9

Man erhält somit folgende Werte für

$$\Sigma D = \Sigma \left\{ (h_1' - \frac{h}{2}) \sin \nu - \frac{h_1'^2}{2 a_1} \right\}$$

und

$$\Sigma \frac{1}{8} \frac{3 \theta g}{2 \theta_m R} \left\{ (h' - \frac{h}{2}) \sin \nu - \frac{h_1'^2}{2 a_1} \right\} = 0{,}005153 \, \Sigma D \cdot 10^{-5} \, m \cdot \theta$$

	ΣD m	$0{,}005153 \, \Sigma D \, \theta$ 10^{-5} m
Zermatt	86,6	$0{,}446 \cdot \theta$
Riffelberg . . .	72,6	$0{,}374 \cdot \theta$
Gornergrat . . .	186,6	$0{,}963 \cdot \theta$
Bétempshütte . .	62,9	$0{,}324 \cdot \theta$
Schwarzsee . . .	93,0	$0{,}480 \cdot \theta$
Randa	43,4	$0{,}224 \cdot \theta$
St. Niklaus . . .	47,8	$0{,}246 \cdot \theta$
Visp	0	$0{,}0 \cdot \theta$

Es ergibt sich schliesslich folgende Übersicht für die topographischen Reduktionen:

Station	Summe der Einzelanziehungen für $\theta = 1$ nach v. 0 bis 0,5 km nach Cylinderformel	nach v. 0 bis 0,5 km nach Trichterformel	von 0,5 bis 15 km	von 15 bis 30 km	$\Delta g''$ für $\theta = 1$ nach Cylinderformel	$\Delta g''$ für $\theta = 1$ nach Trichterformel	$\Delta g''$ für $\theta = 2{,}7$ nach Cylinderformel	$\Delta g''$ für $\theta = 2{,}7$ nach Trichterformel	Mittel $\Delta g''$
	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m
Zermatt . .	0,68	0,45	12,86	0,44	13,98	13,75	37,7	37,1	37
Riffelberg .	0,63	0,37	3,56	0,28	4,47	4,21	12,1	11,4	12
Gornergrat .	1,45	0,96	4,34	1,05	6,84	6,35	18,5	17,2	18
Bétempshütte	0,66	0,32	3,50	0,62	4,78	4,44	12,9	12,0	12
Schwarzsee .	0,95	0,48	3,29	0,31	4,56	4,08	12,3	11,0	12
Randa . . .	0,32	0,22	16,46	0,81	17,59	17,49	47,5	47,2	47
St. Niklaus .	0,35	0,25	17,21	1,75	19,31	19,31	52,1	51,9	52
Visp . . .	0,00	0,00	7,56	3,49	11,05	11,05	29,8	29,8	30

Zur Reduktion auf horizontales Terrain werden die in der letzten Kolonne stehenden Mittel der nach beiden Formeln sich ergebenden Werte benützt; ihr Unterschied beträgt durchschnittlich $0{,}6 \cdot 10^{-5}$ m.

Die Anziehung $\triangle g'$ der aufs Meeresniveau kondensierten, ebenen Platte von der Höhe der Station ist nach der Formel (b) Seite 87 berechnet (vergl. Tabelle, Schweiz. Dreiecknetz, Band VII, pag. 35); mit den nachstehenden Werten der Dichte, die aus den auf Seite 21 ff. mitgeteilten durch Abrundung erhalten werden, ergibt sich dafür:

Station	Meereshöhe m	Dichte θ	$\triangle g'$
Zermatt	1606,5	2,7	$-179 \cdot 10^{-5}$ m
Riffelberg	2569	2,95	— 312
Gornergrat . . .	3019	2,65	— 330
Bétempshütte . .	2800	2,65	— 306
Schwarzsee . . .	2585	2,65	— 282
Randa	1410	2,7	— 157
St. Niklaus . . .	1113	2,7	— 124
Visp	652	2,8	— 75

Die folgende Zusammenstellung enthält schliesslich die beobachteten Schwerebeschleunigungen und die berechneten Reduktionen:

Station	Meereshöhe	g beobachtet im Stationsniveau	$\triangle g''$	$\triangle g$	$\triangle g'$	$\Sigma \triangle g$	$g_0 = g + \triangle g''$	$g_0' = g_0 + \triangle g$	$g_0'' = g_0' + \triangle g'$
			-5 $10 \cdot$ m			-5 $10 \cdot$ m			
		m	+	+	−	+	m	m	m
Zermatt . .	1606	9,80 256	37	495	179	353	9,80 293	9,80 788	9,80 609
Riffelberg .	2569	80 095	12	792	312	492	107	899	587
Gornergrat .	3019	79 996	18	931	330	619	014	945	615
Bétempshütte	2800	80 035	12	864	306	570	047	911	605
Schwarzsee .	2585	80 095	12	797	282	527	107	904	622
Randa . . .	1410	80 279	47	435	157	325	326	761	604
St. Niklaus .	1113	80 329	52	343	124	271	381	724	600
Visp . . .	652	80 446	30	201	75	156	476	677	602

Die aufs Meeresniveau reduzierten und von der Massenanziehung befreiten Schwerebeschleunigungen g_0'' werden in der folgenden Tabelle verglichen mit den theoretischen Werten γ_0 der Schwerkraft im Meeresniveau, die nach der Formel berechnet sind:

$$\gamma_0 = 9{,}78\,000\,(1 + 0{,}00\,531 \sin^2 B) + 0{,}00\,035^*)$$

Station	B = Geogr. Breite	g_0''	γ_0	$g_0'' - \gamma_0$
	° ′			$\cdot 10^{-5}$ m
Zermatt . . .	46 1,5	9,80 609	9,80 724	— 115
Riffelberg . .	45 59,8	587	722	— 135
Gornergrat . .	45 59,0	615	721	— 106
Bétempshütte .	45 57,6	605	718	— 113
Schwarzsee . .	45 59,7	622	722	— 100
Randa . . .	46 6,0	604	731	— 127
St. Niklaus . .	46 10,7	600	738	— 138
Visp	46 17,5	602	749	— 147

Der Mittelwert von $g_0'' - \gamma_0$ für die 5 ersten, nah beieinander in der Umgebung von Zermatt gelegenen Stationen beträgt

$$-114 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Hievon weichen die Einzelwerte zum Teil stärker ab, als nach der Grösse der Beobachtungsfehler zu erwarten ist. Bei der Reduktion der beobachteten Schwerkraft müssen also nicht zutreffende Annahmen eingeführt worden sein; sie liegen ersichtlich in der Reduktion wegen der Anziehung der kondensierten, ebenen Platte. Denn schon eine kleine Abweichung vom richtigen Wert der mittleren Gesteinsdichte bewirkt wegen der grossen Meereshöhe (Plattendicke) eine beträchtliche Änderung der Reduktion. Um nicht von vorneherein eine Unsicherheit in die Rechnung einzuführen, ist diese Reduktion mit den für die unmittelbare Umgebung der Station geltenden Gesteinsdichten berechnet worden, statt mit den nur mutmasslich bekannten mittleren Werten für die zwischen Stations- und Meeresniveau liegende Schicht.

Nimmt man in Ermangelung des genauen Wertes von $g_0'' - \gamma_0$ den obigen Mittelwert von $-114 \cdot 10^{-5}$ m als angenähert richtig für die Gegend von Zermatt an, so lassen sich aus den Abweichungen der Einzelwerte diejenigen Gesteinsdichten berechnen, die diese Ab-

*) Vergl. Helmert, Höh. Geodäsie, Band II, pag. 241, und Verhandlungen der 11. Allg. Konferenz der Internationalen Erdmessung in Berlin, II. Teil, Spezialberichte, pag. 120 und 121).

weichungen zum Verschwinden bringen würden. Mit dem Mittelwert $-114 \cdot 10^{-5}$ m stimmen innerhalb der Fehlergrenzen nur die Stationen Zermatt ($-115 \cdot 10^{-5}$ m) und Bétempshütte ($-113 \cdot 10^{-5}$ m) überein. Die Abweichungen der Stationen

$$\text{Riffelberg} \quad (-114 + 135) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = +21 \cdot 10^{-5}\ \text{m},$$
$$\text{Gornergrat} \quad (-114 + 106) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = -8 \cdot 10^{-5}\ \text{m},$$
$$\text{Schwarzsee} \quad (-114 + 100) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = -14 \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

würden verschwinden, wenn die Reduktionen wegen der kondensierten ebenen Platte wären für

$$\text{Riffelberg} \quad (-312 + 21) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = -291 \cdot 10^{-5}\ \text{m},$$
$$\text{Gornergrat} \quad (-330 - 8) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = -338 \cdot 10^{-5}\ \text{m},$$
$$\text{Schwarzsee} \quad (-282 - 14) \cdot 10^{-5}\ \text{m} = -236 \cdot 10^{-5}\ \text{m}.$$

Diese Beträge der Reduktion würde man mit folgenden Gesteinsdichten erhalten:

$$\text{Riffelberg} \quad \theta = 2{,}75 \text{ statt } 2{,}95,$$
$$\text{Gornergrat} \quad = 2{,}72 \text{ „ } 2{,}65,$$
$$\text{Schwarzsee} \quad = 2{,}78 \text{ „ } 2{,}65.$$

Diese berechneten Werte scheinen den wirklichen Gesteinsverhältnissen zwischen Stations- und Meeresniveau nach dem Befund geologischer Aufnahmen dieser Gegenden zu entsprechen.*) Nördlich vom Kamm des Gornergrates fällt unter ca. 40° Neigungswinkel eine Schicht von Grünschiefer und Serpentin ein, deren Dichte 2,95 beträgt; die Streichrichtung weicht von Norden um ca. 50° gegen Osten ab. Die Station Riffelberg liegt auf dieser Schicht; südlich und unterhalb befindet sich der Monte Rosa-Gneiss,**) auf den man gemäss der Streich- und Fallrichtung in ungefähr zwei Drittel der Meereshöhe unterhalb Riffelberg stossen würde. Als mittlere Dichte zwischen Station und Meeresniveau wäre hiernach für Riffelberg anzusetzen:

$$\text{ca.} \ \frac{1 \times 2{,}95 + 2 \times 2{,}65}{3} = 2{,}75,$$

was mit dem berechneten Wert übereinstimmt.

*) Ich verdanke die Angaben mündlichen Mitteilungen von Herrn Dr. H. Preiswerk auf Grund von Aufnahmen von Herrn Prof. C. Schmidt.

**) Anstehend auf Station Bétempshütte; Dichte 2,65.

Die für Gornergrat und Schwarzsee berechneten Gesteinsdichten machen es wahrscheinlich, dass zwischen Stations- und Meeresniveau durchschnittlich dichtere Massen liegen als an der Oberfläche der Stationsumgebung.*) Der berechnete Wert 2,72 für Gornergrat gegenüber dem beobachteten von 2,65 findet seine Erklärung in der unmittelbaren Nachbarschaft jener Serpentin- und Grünschieferschicht. Die nächste Umgebung der Station Schwarzsee besteht aus Kalkphyllit; doch stösst man vermutlich schon dicht unter dem Stationsniveau auf eben dieselbe, spezifisch schwerere Gesteinsschicht und verlässt sie möglicherweise erst im Meeresniveau. Über sie lagert sich gegen Nordwesten Kalkschiefer; unter sie schiebt sich von Südosten her der Monte Rosa-Gneiss. Diesen Verhältnissen entsprechend ist für Schwarzsee die grösste, durchschnittliche Gesteinsdichte zu erwarten, womit der berechnete Wert von 2,78 in Einklang steht.

Nachdem sich gezeigt hat, dass die Schwereabweichungen der Stationen in nächster Umgebung Zermatts durch plausible Annahmen über die mittleren Gesteinsdichten in Einklang unter sich gebracht werden können, liegt die Vermutung nahe, es sei möglich, auch die Unterschiede in den Schwereabweichungen der Stationsreihe von Zermatt bis Visp auf Dichteunterschiede zwischen den zu Tage tretenden und den unterlagernden Gesteinsschichten zurückzuführen. Der Versuch einer dahin zielenden Rechnung scheint umsomehr Erfolg zu versprechen, als die Reihenfolge der Stationen, wenn sie nach der Grösse der Schwereabweichung geordnet werden, mit der nach ihrer Seehöhe übereinstimmt. Je grösser aber die Seehöhe, umsomehr beeinflusst schon eine geringe Änderung der Dichte den Wert der Reduktion $\triangle g'$.

Die Werte von $g_0'' - \gamma_0$ und deren Abweichungen gegen einander sind:

Station	See-höhe	$g_0'' - \gamma_0$	Abweichung von $g_0'' - \gamma_0$ gegen				
			a. Zermatt	b. Randa	c. St. Niklaus	d. Visp	e. das Mittel
	m						
Zermatt und Umgebung	1606	$-114 \cdot 10^{-5}$ m	0	+ 13	+ 24	+ 33	+ 18
Randa . .	1410	−127 „	− 13	0	+ 11	+ 20	+ 5
St. Niklaus .	1113	−138 „	− 24	− 11	0	+ 9	− 6
Visp . . .	652	−147 „	− 33	− 20	− 9	0	− 15
	Mittel	−132					

*) Vergl. Profil durch die Stationen Riffelberg, Gornergrat und Schwarzsee. Seite 119.

Ob eine der Stationen den Vorzug als Vergleichspunkt verdient, lassen wir unentschieden. Damit alle Stationen die gleiche Schwereabweichung wie die gewählte Vergleichsstation erhalten, müssten die Reduktionen wegen der Anziehung der kondensierten, ebenen Platte die in der folgenden Tabelle unter a, b, c, d, e eingetragenen Werte haben; unter $\triangle g'$ sind die nach Seite 110 wiederholten und mit der mittleren Dichte 2,7 berechneten Werte angeführt.

Station	Dichte θ	$\triangle g'$	a	b	c	d	e
Zermatt .	2,7	— 179	— **179**	— 192	— 203	— 212	— 197
Randa . .	2,7	— 157	— 144	— **157**	— 168	— 177	— 162
St. Niklaus	2,7	— 124	— 100	— 113	— **124**	— 133	— 118
Visp . .	2,8	— 75	— 42	— 55	— 66	— **75**	— 60

Die Werte $\frac{a}{\triangle g'}\theta$, $\frac{b}{\triangle g'}\theta$ etc. geben die mittleren Plattendichten, für welche $g_0'' - \gamma_0$ gleich dem Wert der bezüglichen Vergleichsstation wird. Diese mittleren Dichten sind:

Station	a	b	c	d	e
Zermatt . .	**2,7**	2,9	3,1	3,2	3,0
Randa . . .	2,5	**2,7**	2,9	3,0	2,8
St. Niklaus .	2,2	2,5	**2,7**	2,9	2,6
Visp . . .	1,6	2,1	2,5	**2,8**	2,2

Es hangt demnach die Entscheidung der Frage, ob die Unterschiede der Schwereabweichungen auf irrtümlich angenommene Dichtewerte zurückgeführt werden können, davon ab, wie gross die Änderungen der Dichtewerte sind, die man für zulässig erachtet. Alle fünf Fälle setzen eine systematische Abnahme der Dichte von Süden nach Norden voraus. Für die Fälle a, b und e kann die Übereinstimmung der Schwereabweichungen nur durch sehr unwahrscheinliche Annahmen über die Gesteinsdichtigkeit herbeigeführt werden; es müssten sich unter den Stationen Visp und St. Niklaus Massen von sehr geringem spezifischen Gewicht befinden. Aber auch die Fälle c und d zwingen zu wenig plausiblen Anschauungen; Massen von der Dichte 3,0 bis 3,2, die sich unterhalb der Stationen Zermatt und Randa auf weite Entfernungen erstrecken, müssten auch an der Oberfläche zu konstatieren sein. Bekannt ist indessen nur südlich von

Zermatt eine lokal ausgedehnte Schicht von Serpentin, dessen Dichte 2,95 beträgt. Übrigens sind nach der Ansicht der Geologen die das Nikolaital bildenden Gebirgsmassen homogen aufgebaut. Die Änderungen der Schwereabweichung auf der Linie Visp-Zermatt sind somit wahrscheinlich weniger durch die Beschaffenheit der zwischen Stations- und Meeresniveau liegenden Gebirgsmassen bedingt als durch die unter dem Meeresniveau gelegenen Schichten.

Negative Werte der Differenzen $g_0'' - \gamma_0$ werden als Massendefekte oder Dichtigkeitsverminderungen unterhalb des Meeresniveaus gedeutet. Nach der Pratt'schen Hypothese über die Konstitution der Erdrinde enthalten vertikale Prismen von gleich grossem Querschnitt, die an einer beliebigen Stelle der Erdoberfläche bis zu genügender Tiefe*) herausgeschnitten werden, gleich viel Masse. Hiernach erscheinen Massendefekte unterhalb eines Hochgebirges als eine Kompensation der Massen oberhalb des Meeresniveaus.**) Für das Gebiet zwischen Visp und Zermatt ergibt sich somit das Resultat: Die gewaltigen Gebirgsketten in der Umgebung von Zermatt sind weniger kompensiert als die nördlich gegen das Rhonetal hin liegenden geringeren Erhebungen; das Maximum des Defektes liegt unterhalb des Rhonetales oder nördlich davon gegen die Berneralpen hin.

Die auf Seite 84 angegebene Beziehung

$$g_0'' - \gamma_0 = \frac{3\gamma_0}{2R}\left(\frac{\theta D}{\theta_m} - N\right)$$

gestattet, den Massendefekt zu ersetzen durch eine aufs Meeresniveau kondensierte, ideelle, störende Flächenschicht von der Dichte θ und der Mächtigkeit D, wenn N bekannt ist. Vernachlässigt man N, d. h. setzt man voraus, es falle die Geoidfläche im Meeresniveau zusammen mit dem der normalen Schwere entsprechenden Normalsphäroid, so erhält man aus

1.	$g_0'' - \gamma_0 = -114 \cdot 10^{-5}$	m	für	Zermatt und Umgebung
2.	$= -127$	„	„	Randa
3.	$= -138$	„	„	St. Niklaus
4.	$= -147$	„	„	Visp

wenn $\theta = 2{,}7$ und $\theta_m = 5{,}6$ angenommen wird:

*) Nach Pratts Anschauung bis zu einer im flüssigen Erdinnern gelegenen Niveaufläche.

**) Vergl. Helmert, Schwerkraft im Hochgebirge, § 4 und 5.

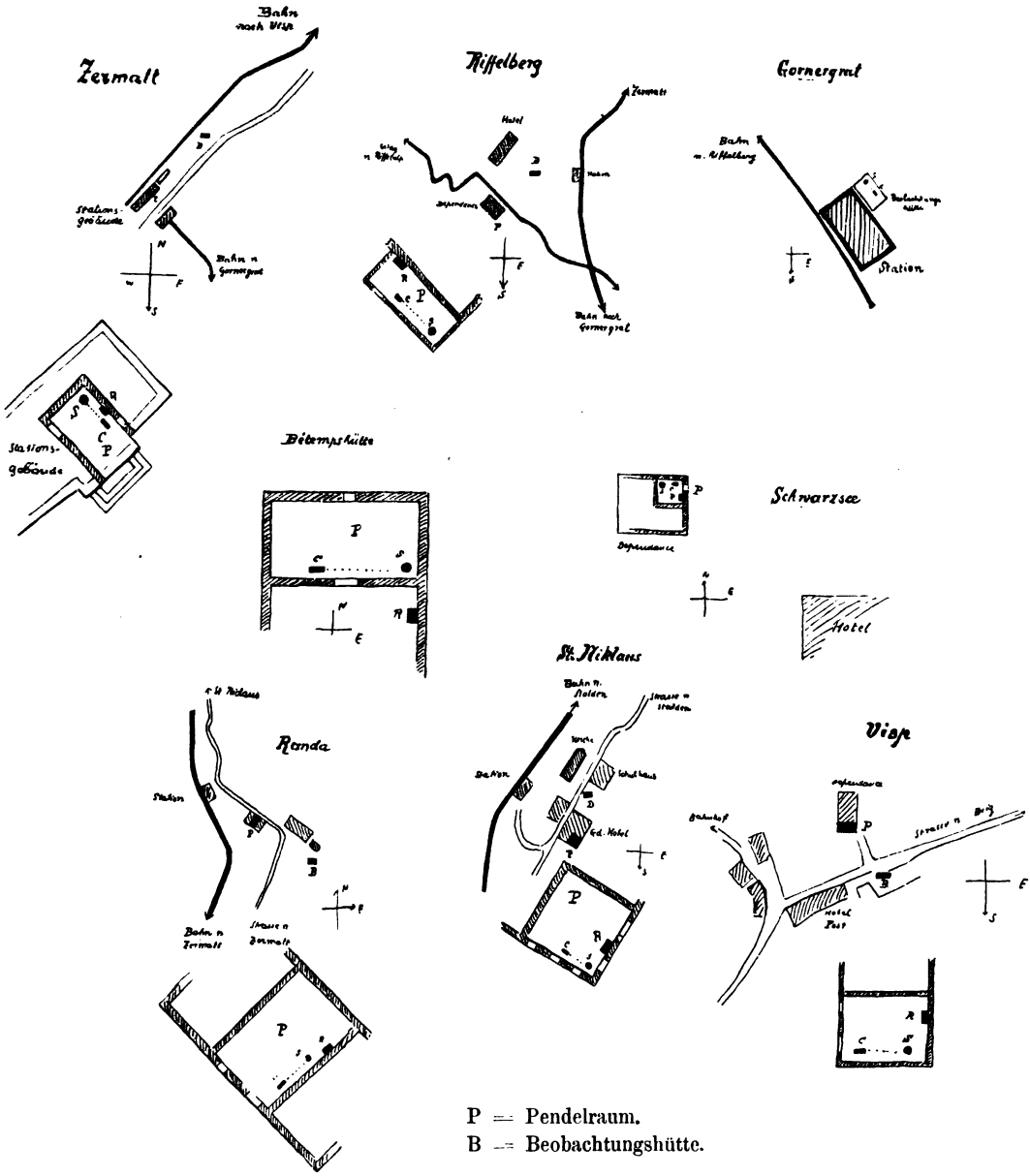
1. D_1 — — — 1027 m
2. D_2 — — 1144 „
3. D_3 — — 1243 „
4. D_4 — — 1324 „

Bildet man die Differenzen gegen Visp, also die Grössen $D_1 - D_4$, $D_2 - D_4$ etc., so hebt sich darin der Einfluss des unbekannten N (abgesehen von seinen Variationen zwischen Visp und Zermatt) und es ergibt sich:

1. für Zermatt . . $D_1 - D_4 = 297$ m
2. „ Randa . . . $D_2 - D_4 = 180$ „
3. „ St. Niklaus . $D_3 - D_4 = 81$ „

Die Mächtigkeit der störenden Schicht ist also in der Umgebung von Zermatt um rund 300 m geringer als im Rhonetal; die Abnahme erfolgt ziemlich genau proportional der Entfernung von Visp.

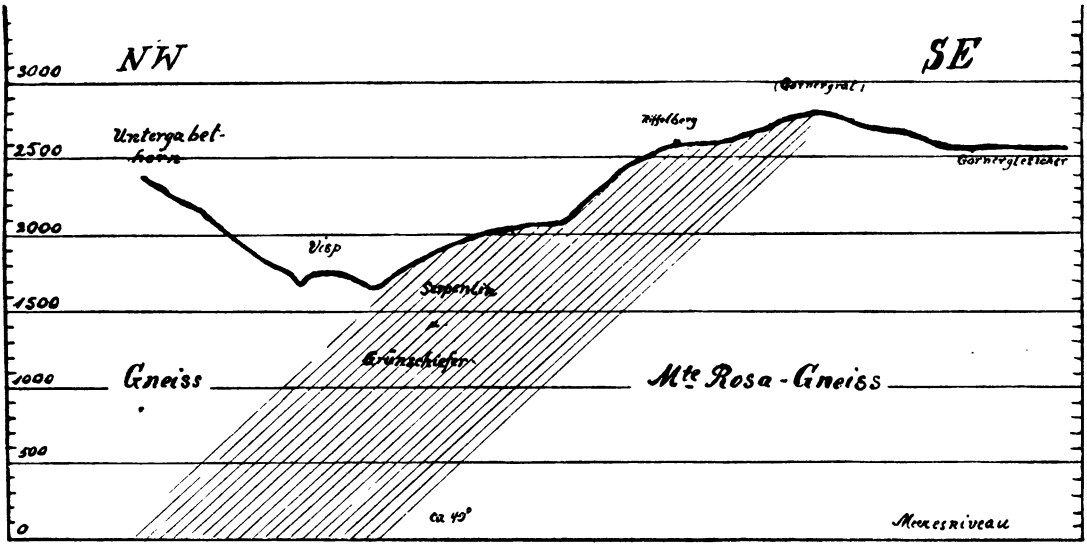
Skizze der Lage der Stationen.



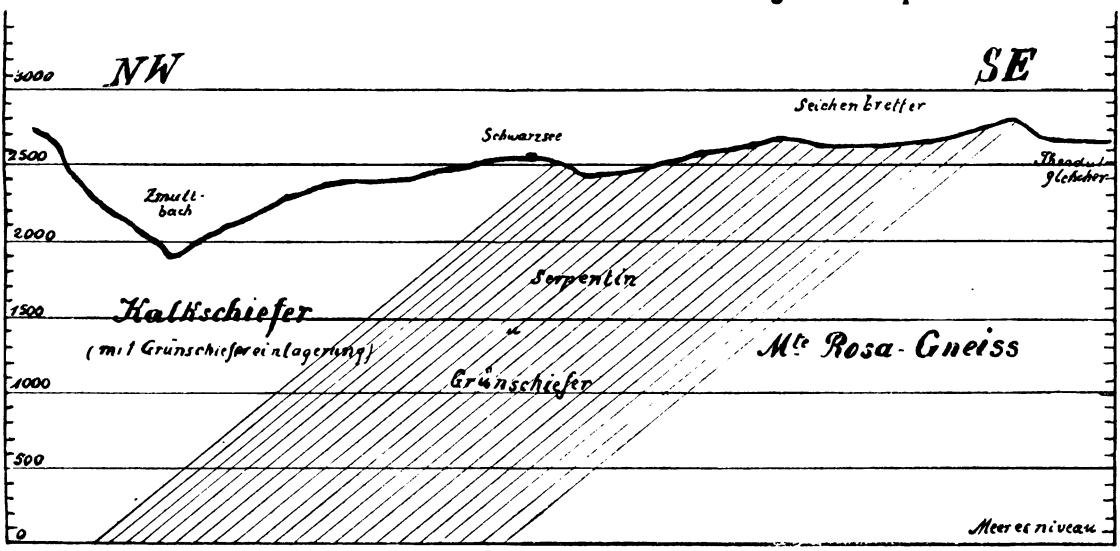
P = Pendelraum.
B = Beobachtungshütte.

S = Pendelstativ.
C = Koinzidenzapparat.
R = Riefleruhr.

Profil durch Riffelberg senkrecht zur Streichrichtung der Serpentinschicht.



Profil durch Schwarzsee senkrecht zur Streichrichtung der Serpentinschicht.



Masstab 2 cm = 1000 Meter.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 3

I. Beobachtungs- und Reduktionsmethode 5

a) Die Instrumente 5

b) Die Reduktionen; Konstanten der Pendel 7

1. Reduktion auf unendlich kleinen Schwingungsbogen 8

2. Reduktion auf Sternzeitsekunde 9

3. Reduktion auf 0° Temperatur 9

4. Reduktion auf luftleeren Raum 13

5. Reduktion auf vollkommene Stabilität 15

II. Die Beobachtungsergebnisse 19

a) Stationsbeschreibung 19

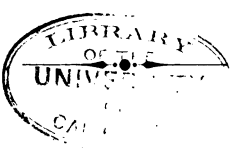
b) Uhrgänge 25

c) Korrektionen wegen Mitschwingens 39

d) Das Beobachtungsmaterial und seine Reduktion 45

III. Diskussion der Beobachtungen 53

a) Untersuchung der Fehler 53

b) Veränderlichkeit der Pendel 66

IV. Reduktion der beobachteten Schwerebeschleunigungen . . 83